Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2015.1

Sérgio de Albuquerque Souza

15 de dezembro de 2015

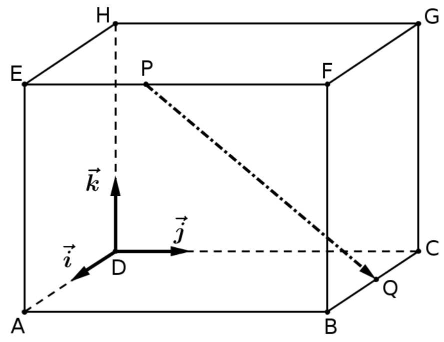
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *04/Mai/2015* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *15.1* Turma: *07* Matrícula:

Observações: Use a constante Ⓢ como **último número de sua matrícula**, nas questões abaixo.

Considere o paralelepípedo $ABCDEFGH$ (ao lado) e os vetores: $\overrightarrow{DA} = 12\vec{i}$, $\overrightarrow{DC} = 6\vec{j}$ e $\overrightarrow{DH} = 3\vec{k}$.



1ª Questão Se $\overrightarrow{EP} = (|5 - Ⓢ| + 1)\vec{j}$ e $\overrightarrow{CQ} = (Ⓢ + 1)\vec{i}$, então o vetor $\overrightarrow{PQ}$ é igual a:

(a) $-6\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ (d) $-10\vec{i} + 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (g) $-2\vec{i} + 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (j) $-7\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$

(b) $-9\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ (e) $-12\vec{i} - 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (h) $-4\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ (k) $-3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$

(c) $-8\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ (f) $-11\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$ (i) $-5\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ (l) NDA

2ª Questão Considerando os vetores $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + (9 - Ⓢ)\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k}$ e $\vec{c} = (|Ⓢ - 5|)\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, onde $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é uma base ortonormal de $\mathbb{R}^3$. Assinale as alternativas corretas abaixo:

i) O vetor $\vec{u} = 1\vec{a} + (Ⓢ + 1)\vec{b} - 3\vec{c}$ é igual a:

(a) $19\vec{i} + 23\vec{j} - 2\vec{k}$ (d) $-5\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k}$ (g) $13\vec{i} + 19\vec{j} - 1\vec{k}$ (j) $7\vec{i} + 15\vec{j} + 0\vec{k}$

(b) $19\vec{i} + 39\vec{j} - 6\vec{k}$ (e) $1\vec{i} + 11\vec{j} + 1\vec{k}$ (h) $19\vec{i} + 31\vec{j} - 4\vec{k}$ (k) $-17\vec{i} - 1\vec{j} + 4\vec{k}$

(c) $-11\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ (f) $19\vec{i} + 27\vec{j} - 3\vec{k}$ (i) $19\vec{i} + 35\vec{j} - 5\vec{k}$ (l) NDA

ii) O valor da expressão dada por $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ é:

(a) -4 (c) 80 (e) 29 (g) -19 (i) 16 (k) 61

(b) -20 (d) 5 (f) 44 (h) -16 (j) -11 (l) NDA

iii) O valor numérico para o $cos(\vec{a}, \vec{b})$ é:

(a) $\dfrac{11}{5\sqrt{30}}$ (d) $\dfrac{11}{5\sqrt{6}}$ (g) $\dfrac{11}{5\sqrt{14}}$ (j) $\dfrac{11}{5\sqrt{9}}$

(b) $\dfrac{11}{5\sqrt{41}}$ (e) $\dfrac{11}{5\sqrt{21}}$ (h) $\dfrac{11}{5\sqrt{69}}$ (k) $\dfrac{11}{5\sqrt{86}}$

(c) $\dfrac{11}{5\sqrt{5}}$ (f) $\dfrac{11}{5\sqrt{105}}$ (i) $\dfrac{11}{5\sqrt{54}}$ (l) NDA

iv) Qual dos vetores abaixo, dado em coordenadas, é perpendicular ao vetor $\vec{a}$?

(a) $(0,-2,1)$ (d) $(-5,43,-9)$ (g) $(2,2,-3)$ (j) $(4,-2,-7)$
(b) $(-4,30,-7)$ (e) $(-2,10,-3)$ (h) $(1,1,-1)$ (k) $(3,1,-5)$
(c) $(-3,19,-5)$ (f) $(-1,3,-1)$ (i) $(-6,58,-11)$ (l) NDA

v) O vetor, em coordenadas, $\vec{w} = (\vec{a} \times \vec{c})$ é igual à:

(a) $(-3,19,-5)$ (d) $(4,-2,-7)$ (g) $(-5,43,-9)$ (j) $(2,2,-3)$
(b) $(-6,58,-11)$ (e) $(3,1,-5)$ (h) $(-4,30,-7)$ (k) $(0,-2,1)$
(c) $(-1,3,-1)$ (f) $(1,1,-1)$ (i) $(-2,10,-3)$ (l) NDA

vi) A área do paralelogramo $LMNO$, onde $\overrightarrow{LM} = \vec{a}$ e $\overrightarrow{LO} = \vec{c}$, é:

(a) $\sqrt{395}$ (c) $\sqrt{35}$ (e) $\sqrt{11}$ (g) $\sqrt{1955}$ (i) $\sqrt{5}$ (k) $\sqrt{965}$
(b) $\sqrt{113}$ (d) $\sqrt{3}$ (f) $\sqrt{17}$ (h) $\sqrt{69}$ (j) $\sqrt{3521}$ (l) NDA

vii) O volume do paralelepípedo gerado pelos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ é:

(a) 8 (c) 67 (e) 7 (g) 34 (i) 157 (k) 13
(b) 4 (d) 214 (f) 9 (h) 108 (j) 14 (l) NDA

viii) A soma das coordenadas do vetor $\vec{d} = (3Ⓢ + 1)\vec{i} + (4Ⓢ + 2)\vec{j} + (9 - Ⓢ)\vec{k}$ em relação a base $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$, ou seja, o valor de $x + y + z$ onde $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{d}$, é:

(a) 4 (c) 8 (e) 1 (g) 6 (i) 3 (k) 0
(b) 2 (d) 5 (f) 7 (h) 10 (j) 9 (l) NDA

3ª Questão Dados três vetores, **não nulos**, $\vec{p}$, $\vec{q}$ e $\vec{r}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, marcando a opção correta, os itens abaixo.

i) Se $\vec{p} = (Ⓢ + 1)\vec{q}$ e $\vec{p} \cdot \vec{r} = 0$ então $||\vec{p} + \vec{r}||^2 = ||\vec{p}||^2 + ||\vec{r}||^2$. ( )

ii) Se $\vec{p} = \overrightarrow{RS}$, $\vec{q} = (Ⓢ + 1)\overrightarrow{RT}$ e $\vec{p} \times \vec{q} \neq \vec{0}$, então os pontos R, S e T estão sob uma mesma reta. ( )

iii) Se $\vec{r}$ é paralelo aos vetores $\vec{p}$ e $\vec{q}$ então $[\vec{p} + (Ⓢ + 1)\vec{q}] \times \vec{r}$ é o vetor nulo. ( )

4ª Questão Considerando os vetores da segunda questão, mostre que $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$. **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA, USANDO O TEOREMA.**

Boa Sorte

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *10/Nov/2015* Turno: *Manhã+Tarde*

Curso: Nome:

Período: *15.1* Turma(s): Matrícula:

Observações:

- Use a constante S como sendo igual a $\bigcirc$.
- Considere os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -1, S)$ e $C = \left(\underline{S + 1}, 4, 1\right)$.

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, marcando a opção correta, os itens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

1. ( ) Passando por um ponto A existe uma única reta perpendicular a um determinado plano α.
2. ( ) Se $\overrightarrow{PQ}$ e $\overrightarrow{PR}$ são não nulos com $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} \neq \vec{0}$, então existe um único plano contendo os pontos P, Q e R.
3. ( ) São quatro as posições relativas entre uma reta e um plano em $\mathbb{R}^3$.

(a) V,V,V	(c) V,F,V	(e) F,V,V	(g) F,F,V
(b) V,V,F	(d) V,F,F	(f) F,V,F	(h) F,F,F

2ª Questão Em relação à reta r definida pelos pontos A e B, determine:

1. Qual dos pontos abaixo pertence à reta r:

(a) $(5, -4, 1)$	(d) $(-1, 5, -3)$	(g) $(5, -4, -3)$	(j) $(-1, 5, -1)$
(b) $(-1, 5, 7)$	(e) $(5, -4, 13)$	(h) $(-1, 5, 5)$	(k) $(-1, 5, 1)$
(c) $(5, -4, 5)$	(f) $(5, -4, 9)$	(i) $(-1, 5, 3)$	(l) NDA

2. Qual dos vetores abaixo é paralelo à reta r:

(a) $(-2, 3, 1)$	(d) $(-2, 3, -3)$	(g) $(-2, 3, 3)$	(j) $(4, -6, -8)$
(b) $(4, -6, 0)$	(e) $(-2, 3, -1)$	(h) $(4, -6, 12)$	(k) $(4, -6, -4)$
(c) $(-2, 3, -5)$	(f) $(4, -6, 8)$	(i) $(4, -6, 4)$	(l) NDA

3. A distância do ponto C à reta r é:

(a) 3	(c) $\sqrt{72}$	(e) $\sqrt{44}$	(g) $\sqrt{89}$	(i) $\sqrt{33}$	(k) $\sqrt{57}$
(b) 9	(d) $\sqrt{12}$	(f) $\sqrt{8}$	(h) $\sqrt{17}$	(j) $\sqrt{24}$	(l) NDA

3ª Questão Em relação ao plano α definido pelos pontos A, B e C, determine:

1. Qual dos pontos abaixo pertence ao plano α:

(a) $(8,1,3)$ (d) $(2,1,-3)$ (g) $(6,1,1)$ (j) $(10,1,5)$
(b) $(12,1,7)$ (e) $(11,-2,7)$ (h) $(4,1,-1)$ (k) $(13,-2,11)$
(c) $(7,-2,-1)$ (f) $(9,-2,3)$ (i) $(5,-2,-5)$ (l) NDA

2. Qual dos vetores abaixo é perpendicular plano α:

(a) $(6,-58,-31)$ (d) $(8,2,10)$ (g) $(2,-32,-25)$ (j) $(-2,-14,-19)$
(b) $(-4,44,28)$ (e) $(4,8,16)$ (h) $(-14,-8,-1)$ (k) $(0,22,22)$
(c) $(-6,-4,-13)$ (f) $(-10,-2,-7)$ (i) $(12,4,4)$ (l) NDA

3. A distância do ponto $D=(2,3,4)$ ao plano α:

(a) $\frac{35}{\sqrt{561}}$ (c) $\frac{19}{\sqrt{153}}$ (e) $\frac{20}{\sqrt{168}}$ (g) $\frac{68}{\sqrt{2736}}$ (i) $\frac{28}{\sqrt{336}}$ (k) $\frac{23}{\sqrt{261}}$
(b) $\frac{23}{\sqrt{221}}$ (d) $\frac{44}{\sqrt{968}}$ (f) $\frac{20}{\sqrt{176}}$ (h) $\frac{83}{\sqrt{4361}}$ (j) $\frac{55}{\sqrt{1653}}$ (l) NDA

4ª Questão Dado o plano $\pi : 2x-y+2z-6=0$ e a reta $b : \begin{cases} x = (3-Ⓢ) - t \\ y = (-4Ⓢ) + t \\ z = (3-3Ⓢ) + Ⓢt \end{cases}$

determine:

1. Com relação à posição relativa, o plano π e reta b são:

(a) Coincidentes (c) Concorrentes (e) Contida no plano
(b) Paralelos (d) Reversos (f) NDA

2. A interseção entre o plano π e a reta b é:

(a) $(-2,-10,0)$ (d) $(-1,-6,1)$ (g) $(-4,-18,-2)$ (j) $(0,-2,2)$
(b) $(-5,-22,-3)$ (e) $(-7,-30,-5)$ (h) $(-8,-34,-6)$ (k) $\{\ \}$
(c) $(-6,-26,-4)$ (f) $(-3,-14,-1)$ (i) $(1,2,3)$ (l) NDA

3. A distância entre o plano π e a reta b é:

(a) $\frac{14}{3}$ (c) $\frac{10}{3}$ (e) $\frac{2}{3}$ (g) 10 (i) $\frac{26}{3}$ (k) 4
(b) $\frac{22}{3}$ (d) 0 (f) 2 (h) $\frac{5}{3}$ (j) 9 (l) NDA

4. O ângulo entre o plano π e a reta b é de $\pi/2 - \arccos(\circledast)$, onde o valor de $\circledast$ é:

(a) $\frac{-3}{\sqrt{18}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{54}}$ (e) 0 (g) $\frac{11}{\sqrt{459}}$ (i) $\frac{3}{\sqrt{99}}$ (k) $\frac{9}{\sqrt{342}}$
(b) $\frac{5}{\sqrt{162}}$ (d) $\frac{7}{\sqrt{243}}$ (f) $\frac{13}{\sqrt{594}}$ (h) $\frac{15}{\sqrt{747}}$ (j) $\frac{-1}{\sqrt{27}}$ (l) NDA

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*
2ª Prova - 15.1 — Data: 10/Nov/2015 — Turma(s): ☐☐ - Manhã+Tarde

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *01/Dez/2015* Turno: *Manhã+Tarde*

Curso: Nome:

Período: *15.1* Turma(s): Matrícula:

Observações: Use a constante Ⓢ como sendo o último número de sua matrícula, nas questões abaixo.

1ª Questão Classifique, esboce e determine todos os elementos das cônicas abaixo:

a) $$C_a : \left[(-1)^{\textcircled{S}}\right] \frac{(x + \textcircled{S} - 6)^2}{16} + \frac{(y - \textcircled{S} + 5)^2}{\left[4 + (-1)^{\textcircled{S}}\right]^2} = 1$$

b) $$C_b : 16x^2 - \left[(-1)^{\textcircled{S}}\right] 9y^2 + 32(\textcircled{S} + 1)x = 144 - 16(\textcircled{S} + 1)^2$$

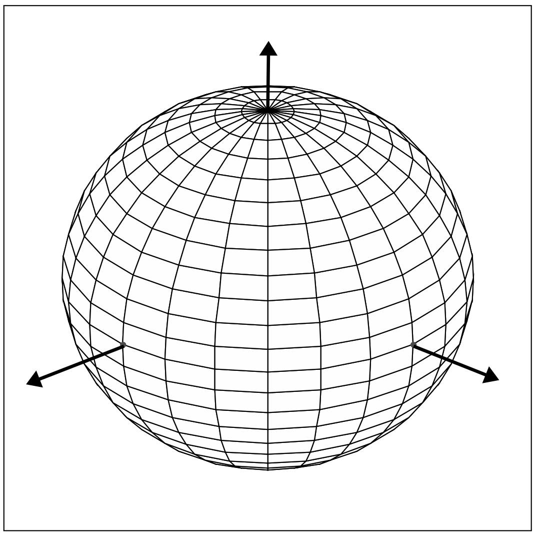
(usar completamento de quadrados.)

c) $$C_c : 5x^2 + 8y^2 + \left[(-1)^{\textcircled{S}}\right] 4xy - 4(10 - S)^2 = 0$$

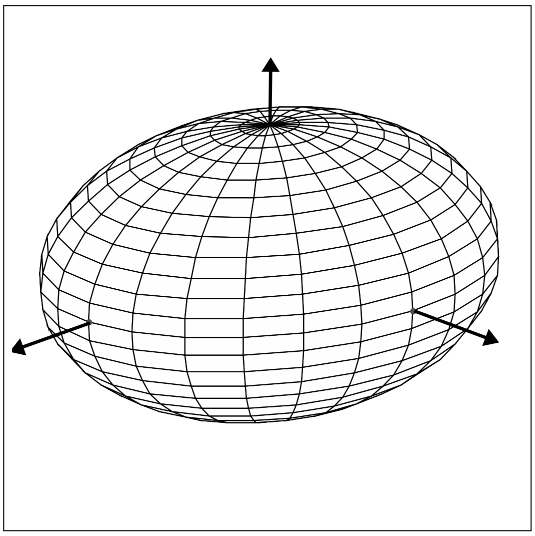
(usar autovalores e autovetores)

2ª Questão Classifique e indique as equações das seis figuras abaixo considerando que todas tenham como referência a origem $O = (0, 0, 0)$.

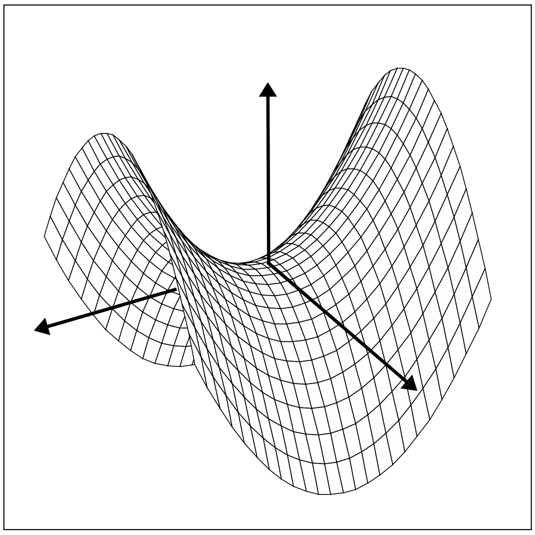
I



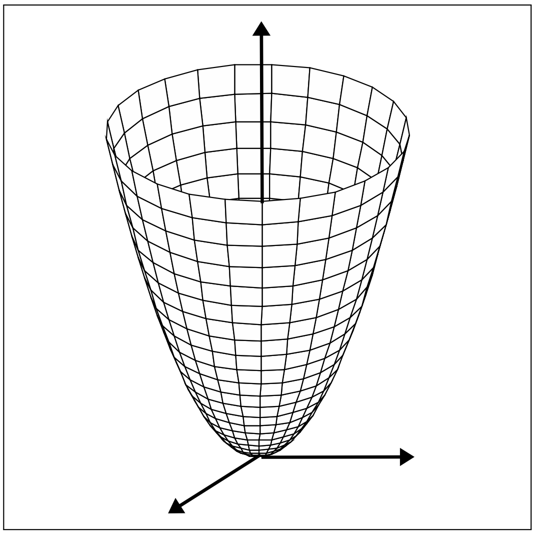
II



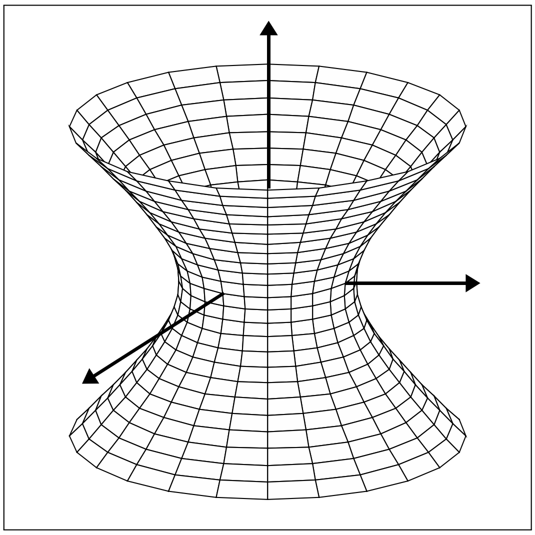
III



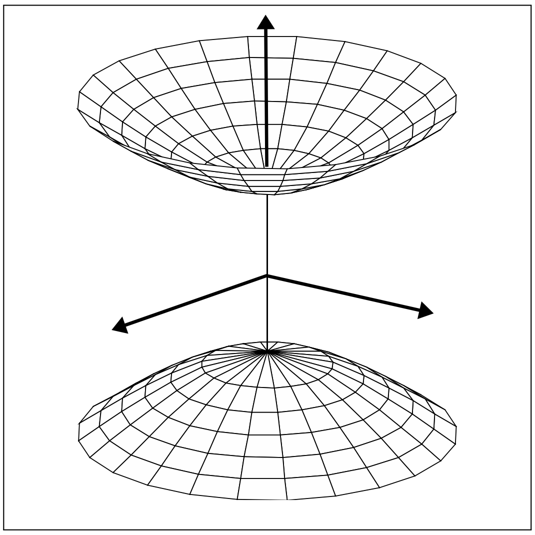
IV



V



VI



3ª Questão Considere as quádricas Q_1 e Q_2 definidas abaixo, classifique-as e esboce-as, marcando os eixos correspondentes, e identificando e esboçando as cônicas das interseções com os planos coordenados.

a) $Q_1 : [(-1)^{\circledS}]x^2 + y^{\left[\frac{3-(-1)^{(\circledS+1)}}{2}\right]} + z^{\left[\frac{3-(-1)^{\circledS}}{2}\right]} = 1$

b) $Q_2 : x^2 - [(-1)^{\circledS}]y^2 + [(-1)^{\circledS}]z^2 = 1$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 15.1 — Data: 01/Dez/2015 — Turma(s): ☐☐ - Manhã+Tarde

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *15/Dez/2015* Turno: *Manhã+Tarde*

Curso: Nome:

Período: *15.1* Turma(s): Matrícula:

Observações:

- Use a constante $\circledS$ como sendo igual a ◯
- Considere os seguintes pontos em $\mathbb{R}^3$:

$$A = (1, 2, 3),\ B = (2, \circledS - 8, 2),\ C = (0, 2, 3) \text{ e } D = (1, 3, \circledS - 7)$$

1ª Questão Dados os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$, determine:

1. A área do paralelogramo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é:

(a) $\sqrt{101}$	(d) $\sqrt{10}$	(g) $\sqrt{37}$	(j) $\sqrt{65}$
(b) $\sqrt{82}$	(e) 1	(h) $\sqrt{50}$	(k) $\sqrt{5}$
(c) $\sqrt{17}$	(f) $\sqrt{2}$	(i) $\sqrt{26}$	(l) NDA

2. O volume do paralelepípedo formado pelos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é:

(a) 2	(d) 122	(g) 101	(j) 50
(b) 26	(e) 82	(h) 65	(k) 37
(c) 17	(f) 5	(i) 10	(l) NDA

3. A soma das coordenadas do vetor $\vec{a} = \circledS\vec{i} + \vec{j} + (\circledS - 10)\vec{k}$ em relação à base $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, ou seja, o valor de $x + y + z$ onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$ é:

(a) -1	(d) -9	(g) -5	(j) 1
(b) -2	(e) -8	(h) 0	(k) -7
(c) -4	(f) -6	(i) -3	(l) NDA

2ª Questão Considerando à reta $r : \left\{ \begin{array}{ccccc} x & = & (\circledS + 4) & + & t \\ y & = & (2\circledS - 17) & + & t \\ z & = & (\circledS - 9) & + & (S - 10)t \end{array} \right.$ e o plano π definido pelos pontos A, B e C, Temos:

1. Qual dos pontos abaixo pertence à reta r:

(a) $(10, -3, 3)$	(d) $(8, -7, 5)$	(g) $(5, -13, 8)$	(j) $(1, -21, 12)$
(b) $(3, -17, 10)$	(e) $(9, -5, 4)$	(h) $(11, -1, 2)$	(k) $(2, -19, 11)$
(c) $(6, -11, 7)$	(f) $(4, -15, 9)$	(i) $(7, -9, 6)$	(l) NDA

2. Qual dos vetores abaixo é paralelo ao plano π:

(a) $-1\vec{i} - 14\vec{j} - 2\vec{k}$
(b) $-7\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$
(c) $-3\vec{i} - 10\vec{j} - 2\vec{k}$
(d) $1\vec{i} - 18\vec{j} - 2\vec{k}$
(e) $-5\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$
(f) $-4\vec{i} - 8\vec{j} - 2\vec{k}$
(g) $2\vec{i} - 20\vec{j} - 2\vec{k}$
(h) $-2\vec{i} - 12\vec{j} - 2\vec{k}$
(i) $0\vec{i} - 16\vec{j} - 2\vec{k}$
(j) $-6\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$
(k) $-8\vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}$
(l) NDA

3. A interseção entre à reta r e o plano π:

(a) $(8, -8, 1)$
(b) $(5, -14, 1)$
(c) $(2, -20, 1)$
(d) $(7, -10, 1)$
(e) $(12, 0, 1)$
(f) $(10, -4, 1)$
(g) $(6, -12, 1)$
(h) $(3, -18, 1)$
(i) $(9, -6, 1)$
(j) $(4, -16, 1)$
(k) $(11, -2, 1)$
(l) NDA

3ª Questão Com relação à quádrica

$$Q : \frac{(x - Ⓢ)^2}{16} + \left[(-1)^{Ⓢ}\right] \frac{(y - Ⓢ)^2}{[4 + (-1)^{Ⓢ}]^2} + \frac{(z - Ⓢ)^2}{[4 - (-1)^{Ⓢ}]^2} = 1$$

Temos que:

1. Um dos focos da cônica, resultado da interseção do plano $\pi_1 : z = Ⓢ$ com à quádrica Q, é o ponto:

(a) $(14, 9)$
(b) $(4, 7)$
(c) $(0, 3)$
(d) $(6, 9)$
(e) $(6, 1)$
(f) $(2, 5)$
(g) $(8, 3)$
(h) $(8, 11)$
(i) $(4, -1)$
(j) $(12, 7)$
(k) $(10, 5)$
(l) NDA

2. Um dos vértices da cônica, resultado da interseção do plano $\pi_2 : y = Ⓢ$ com à quádrica Q, é o ponto:

(a) $(5, 10)$
(b) $(10, 6)$
(c) $(3, 8)$
(d) $(1, 6)$
(e) $(8, 4)$
(f) $(4, 0)$
(g) $(7, 12)$
(h) $(-1, 4)$
(i) $(6, 2)$
(j) $(9, 14)$
(k) $(12, 8)$
(l) NDA

3. Identifique e faça um esboço da quádrica Q em $\mathbb{R}^3$.

Boa Sorte

Nome: ______________________

Matrícula: ______________

____
Assinatura