

# **Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica**

**Período 2012.2**

**Sérgio de Albuquerque Souza**

13 de setembro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 29/Jan/2013

Turno: Noite

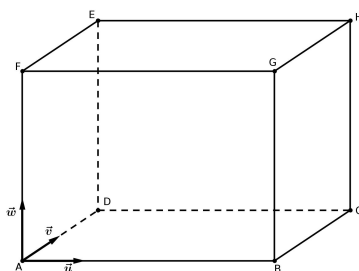
Curso: Nome:

Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Considere o paralelepípedo  $ABCDEFGH$  conforme a figura abaixo e os vetores  $\vec{a} = \overrightarrow{AG}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AE}$  e  $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$  onde  $\vec{u} = \frac{1}{9}\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \frac{1}{12}\overrightarrow{AD}$  e  $\vec{w} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$ .



- a) Calcule:  $(\vec{a} \cdot \vec{c})$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b})$  e  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}]$ ;
- b) Calcule a área do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ;
- c)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA;
- d) Escreva o vetor  $\vec{d} = 18\vec{u} + 0\vec{v} + 6\vec{w}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ , ou seja, encontre os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$  onde  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ .

**2ª Questão** Dados três vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$  quaisquer em  $\mathbb{R}^3$ , assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os itens abaixo, justificando cada resposta dada.

- a) Se o produto  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , implica necessariamente que  $\vec{a} = \vec{0}$  ou  $\vec{b} = \vec{0}$  ()
- b) Se  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  não são múltiplos então o produto vetorial  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$  ()
- c) Se  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}] \neq 0$  então o produto vetorial  $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$  ()

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

1ª Prova - 12.2

Data: 29/Jan/2013

Prof.: Sérgio

Turma(s):  - Noite

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

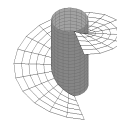
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio. Data: 29/Jan/2013

Turno: Noite

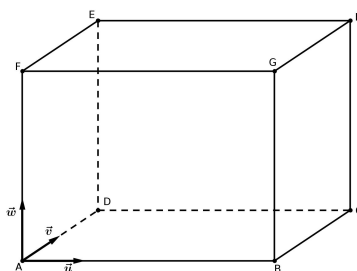
Curso: Nome:

Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Considere o paralelepípedo  $ABCDEFGH$  conforme a figura abaixo e os vetores  $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AE}$  e  $\vec{c} = \overrightarrow{AG}$  onde  $\vec{u} = \frac{1}{9}\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \frac{1}{12}\overrightarrow{AD}$  e  $\vec{w} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$ .



- a) Calcule:  $(\vec{a} \cdot \vec{c})$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b})$  e  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}]$ ;
- b) Calcule a área do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ ;
- c)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA;
- d) Escreva o vetor  $\vec{d} = 18\vec{u} + 0\vec{v} + 6\vec{w}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ , ou seja, encontre os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$  onde  $\vec{d} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$ .

**2ª Questão** Dados três vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$  quaisquer em  $\mathbb{R}^3$ , assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os itens abaixo, justificando cada resposta dada.

- a) Se o produto  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ , implica necessariamente que  $\vec{a} = \vec{0}$  ou  $\vec{b} = \vec{0}$  ()
- b) Se  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  são múltiplos então o produto vetorial  $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$  ()
- c) Se  $[(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}] = 0$  então o produto vetorial  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$  ()

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio.

1ª Prova - 12.2

Data: 29/Jan/2013

Turma(s):  - Noite

Nome:

Matrícula:

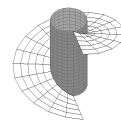
Assinatura



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

## Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 12/Mar/2013

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Assinale as alternativas abaixo, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

- a) ( ) Se  $a$  e  $b$  são duas retas reversas e um plano  $\alpha$  contém a reta  $a$ , então  $\alpha$  contém a reta  $b$ .
- b) ( ) Perpendicular a um plano  $\beta$  qualquer, existe um único plano que contém o ponto  $A = (1, 2, 3)$ .
- c) ( ) Se um vetor normal do plano  $\alpha$  é paralelo ao plano  $\beta$  então os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são perpendiculares.
- d) ( ) Se  $\vec{AB} \times \vec{AC} \neq \vec{0}$ , então existe um único plano que contém os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

**2ª Questão** Considere os pontos  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = (-1, 0, 1)$  e  $C = (3, 1, 2)$ .

- a) Determine as equações paramétricas e simétricas da reta  $a$  que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ .
- b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano  $\gamma$  que contenha o ponto  $C$  e seja perpendicular à reta  $a$  definida no item anterior.
- c) Calcule a distância do ponto  $C$  à reta  $a$  definida em um item anterior.

**3ª Questão** Sejam o plano  $\psi : \begin{cases} x = -2 - p - q \\ y = -2 + p - 2q \\ z = -1 + p + 4q \end{cases}$  e a reta  $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} =$

$\frac{z-2}{3}$ . Determinar entre o plano  $\psi$  e a reta  $r$ :

- a) A posição relativa.
- b) A distância  $d(\psi, r)$ .
- c) O ângulo  $\langle \psi, r \rangle$ .
- d) A interseção  $\psi \cap r$ .

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

2ª Prova - 12.2

Data: 12/Mar/2013

Prof.: Sérgio

Turma(s):  - Noite

Nome:

Matrícula:

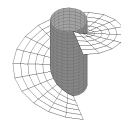
Assinatura



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

## Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio. Data: 12/mar/2013

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Assinale as alternativas abaixo, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

- a) ( ) Se  $a$  e  $b$  são duas retas paralelas e um plano  $\alpha$  contém a reta  $a$ , então  $\alpha$  contém a reta  $b$ .
- b) ( ) Paralelo a um plano  $\beta$  qualquer, existe um único plano que contém o ponto  $A = (1, 2, 3)$ .
- c) ( ) Se um vetor normal do plano  $\alpha$  é perpendicular ao plano  $\beta$  então os planos  $\alpha$  e  $\beta$  são perpendiculares.
- d) ( ) Se  $\vec{AB} \times \vec{AC} = \vec{0}$ , então existe um único plano que contém os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

**2ª Questão** Considere os pontos  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = (3, 1, 2)$  e  $C = (-1, 0, 1)$ .

- a) Determine as equações paramétricas e simétricas da reta  $a$  que passa pelos pontos  $A$  e  $B$ .
- b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano  $\gamma$  que contenha o ponto  $C$  e seja perpendicular à reta  $a$  definida no item anterior.
- c) Calcule a distância do ponto  $C$  à reta  $a$  definida em um item anterior.

**3ª Questão** Sejam a reta  $r : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  e o plano  $\psi : 2x + y + z + 7 = 0$ .

Determinar entre o plano  $\psi$  e a reta  $r$ :

- a) A posição relativa.
- b) A distância  $d(\psi, r)$ .
- c) O ângulo  $\langle \psi, r \rangle$ .
- d) A interseção  $\psi \cap r$ .

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

2ª Prova - 12.2

Data: 12/mar/2013

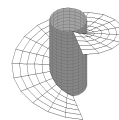
Prof.: Sérgio.

Turma(s):  - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura



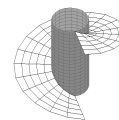
Assinatura \_\_\_\_\_



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio. Data: 16/Abr/2013

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**Observação:** Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com a letra **V** para **VERDADEIRO** ou a letra **F** para **FALSO, JUSTIFICANDO cada resposta dada.**

**1ª Questão** Com relação às cônicas, temos que:

- a) ☐ Na hipérbole, a soma dos raios focais é uma constante.
- b) ☐ Toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo  $y$  tem a reta diretriz paralela ao eixo  $x$ .
- c) ☐ Em uma elipse temos que  $c > a$ .
- d) ☐ Os pontos  $(2, 2)$ ,  $(2, 5)$  e  $(2, 7)$  são respectivamente um vértice, um foco e o centro de uma elipse.

**2ª Questão** Na cônica  $C : x^2 + y^2 - 2y = 0$ , temos que:

- a) ☐ É uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo  $x$ .
- b) ☐ O ponto  $C = (0, 1)$  é o centro da cônica  $C$ .
- c) ☐ A distância entre o um foco e o centro é 1.
- d) ☐ A distância mínima entre um vértice e o centro é 1.

**3ª Questão** Com relação a quádrlica  $Q : x^2 - y^2 + z^2 = 1$  temos que:

- a) ☐ A interseção do plano  $\pi_1 : x = 0$  com a quádrlica  $Q$  é uma elipse.
- b) ☐ A interseção do plano  $\pi_2 : y = 0$  com a quádrlica  $Q$  é uma hipérbole.
- c) ☐ A interseção do plano  $\pi_3 : z = 0$  com a quádrlica  $Q$  é uma circunferência.
- d) ☐ É uma hiperboloide elíptica de uma folha.

**4ª Questão** Esboce a superfície  $Q$  do item anterior.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio.

3ª Prova - 12.2

Data: 16/Abr/2013

Turma(s):  - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura



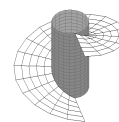




# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

## Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio. Data: 23/Abr/2013

Turno: Noite

Curso: Nome:

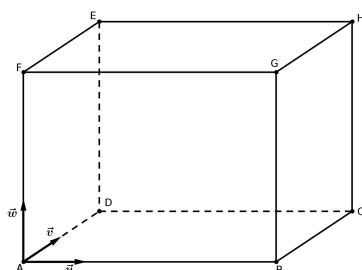
Período: 12.2

Turma(s):

Matrícula:

**Observação:** Assinale cada uma das alternativas nas questões abaixo, com **V** para VERDADEIRO ou **F** para FALSO, **justificando cada resposta dada**. Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação.

**1ª Questão** Considere o paralelepípedo  $ABCDEFGH$  conforme a figura abaixo e os vetores  $\vec{a} = \overrightarrow{AE}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AG}$  e  $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$  onde  $\vec{u} = \frac{1}{9}\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{v} = \frac{1}{12}\overrightarrow{AD}$  e  $\vec{w} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$ .



- ☐ A área do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  é 117 ;
- ☐ A volume do paralelepípedo formado pelos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$  é 640 ;
- ☐  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ . JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA USANDO O TEOREMA;

**2ª Questão** Dados os pontos  $A = (1, 3, 1)$ ,  $B = (2, 2, 3)$  e  $C = (0, 3, 0)$ , temos que:

- ☐ A origem  $O = (0, 0, 0)$  pertence ao plano  $\beta$  definido pelos  $A$ ,  $B$  e  $C$ ;
- ☐ A equação  $r : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$  é a equação simétrica da reta  $r$  definida pelos pontos  $A$  e  $B$ ;
- ☐ A distância entre o ponto  $C$  e a reta  $r$  definida pelos pontos  $A$  e  $B$  é  $\sqrt{5}$ .

**3ª Questão** Com relação à quádrlica  $Q : \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$ , esboce as interseções abaixo colocando os principais elementos e assinale com V ou F:

- ☐ A interseção  $Q$  com o plano  $\pi_1 : x = 0$  é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo  $y$ ;
- ☐ A interseção  $Q$  com o plano  $\pi_3 : z = 0$  é um elipse com a distância focal  $c = 5$ .

**4ª Questão** Esboce classifique a superfície  $Q$  do item anterior.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio.

Final - 12.2

Data: 23/Abr/2013

Turma(s):  - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura