

Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2004.1

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 22/Jun/2004

Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

1ª Questão Num triângulo equilátero ABC qualquer, sejam M , N e P os pontos médios dos segmentos AB , BC e CA , respectivamente. Mostre que o triângulo MNP é equilátero.

2ª Questão Dados os pontos $A = (\mathcal{K} - 5, -1, 3)$, $B = (2, 1, -2)$ e $C = (1, 1, 1)$.

a) Verifique que A , B e C são vértices de um triângulo.

b) Este triângulo é retângulo?

3ª Questão Sabendo que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ e $\|\vec{u}\| = \frac{1}{4}$, $\|\vec{v}\| = \frac{3}{4}$ e $\|\vec{w}\| = \frac{3}{2}$, calcule $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{u}$.

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i} + (10 - \mathcal{K})\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{k}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, de tal forma que, os vetores \vec{u} e \vec{v} sejam paralelos aos vetores \vec{a} e \vec{b} respectivamente.

b) Escreva o vetor $\vec{c} = 5\vec{i} + (\mathcal{K} - 10)\vec{j} - 5\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w}

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

1ª Prova - 04.1

Data: 22/Jun/2004

Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

Data: 22/Jun/2004

Turno: Tarde

Curso: _____

Nome: _____

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

1ª Questão Num triângulo ABC qualquer, sejam M , N e P os pontos médios dos lados AB , BC e CA , respectivamente. Mostre que

$$\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MC}$$

2ª Questão Dados os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 1, 2)$, $C = (-1, \mathcal{K}, 3)$ e $D = (2, -1, 0)$.

a) Verifique se A , B , C e D são coplanares.

b) Qual o ângulo entre os vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} .

3ª Questão Se A , B e C são vértices de um triângulo equilátero de lado unitário, calcule:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$$

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = (\mathcal{K} - 5)\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, de tal forma que, os vetores \vec{u} e \vec{v} sejam paralelo aos vetores \vec{a} e \vec{b} respectivamente.

b) Escreva o vetor $\vec{c} = (5 - \mathcal{K})\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w}

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

1ª Prova - 04.1

Data: 22/Jun/2004

Turma(s): - Tarde

Nome:

Matrícula:

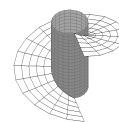
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 22/Jun/2004

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

1ª Questão Num triângulo isóceles ABC qualquer, sejam M , N e P os pontos médios dos segmentos AB , BC e CA , respectivamente. Mostre que o triângulo MNP é isóceles.

2ª Questão Dados os pontos $A = (\mathcal{K} - 5, -1, 3)$, $B = (2, 1, -2)$ e $C = (1, 1, 0)$.

a) Verifique que A , B e C são vértices de um triângulo.

b) Este triângulo é retângulo?

3ª Questão Sabendo que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = (2 + 2\mathcal{K})$ e que 60° é medida do ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} , determine $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$.

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + (\mathcal{K} + 1)\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, de tal forma que, os vetores \vec{u} e \vec{v} sejam paralelos aos vetores \vec{a} e \vec{b} respectivamente.

b) Escreva o vetor $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + (1 - \mathcal{K})\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w}

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

1ª Prova - 04.1

Data: 22/Jun/2004

Prof.: Sérgio

Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

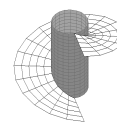
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 30/Set/2004

Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 04.1 Turma: 02

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano α que:

- contém o ponto $A = (1, \mathcal{K}, 2)$ e
- é paralelo ao plano β , cujas equações paramétricas são β :
$$\begin{cases} x = 2 - 2p + 2q \\ y = \mathcal{K} + 2p + q \\ z = 3 + p + q \end{cases}$$

2ª Questão Determine a equação normal do plano γ que contém a reta

$$r : \begin{cases} x = -2 + (\mathcal{K} - 2)t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - (\mathcal{K} + 1)t \end{cases} \text{ e é paralela à reta } s : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$$

3ª Questão Seja m a reta, perpendicular ao plano $\sigma : 2x - 3y + 2z - 2\mathcal{K} = 0$, que passa pela origem e n a reta que passa pelos pontos $B = (1, 1, \mathcal{K} - 1)$ e $C = (2, 2, \mathcal{K} - 2)$. Determine a posição relativa entre as retas m e n .

4ª Questão Determine a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista(m), entre:

4.a) o ponto A e o plano β

4.b) a reta r e o plano σ

cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Observações:

a) Substitua a constante \mathcal{K} , em todas as questões, por

--

.

b) Em todas as questões, exibir um esboço gráfico, para a resolução dos problemas.

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

2ª Prova - 04.1

Data: 30/Set/2004

Turma: 02 - Manhã

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

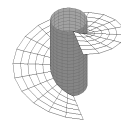
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 30/Set/2004

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considere o plano $\alpha : x + y - 2z - 1 = 0$.

1.a) Determine as equações paramétrica de uma reta m contida no plano α ;

1.b) Determine as equações simétricas de uma reta n , que seja concorrente à reta m .

2ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano β que:

- contém o ponto $A = (-1, 1, 2)$ e

- é perpendicular à reta $r : \begin{cases} x = 2 + 2p \\ y = 1 + 2p \\ z = 3 + p \end{cases}$

3ª Questão Seja s a reta que passa pela origem e pelo ponto $A = (-1, 1, 2)$. Determine a posição relativa entre as retas s e a reta r do item anterior.

4ª Questão Determine a posição relativa e a distância, entre:

4.a) os planos α e $\gamma : x - y + z - 2 = 0$

4.b) a reta r e o plano α

cuja as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

2ª Prova - 04.1

Data: 30/Set/2004

Prof.: Sérgio

Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

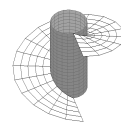
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 09/Nov/2004

Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO** cada resposta dada. *Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante \mathcal{K} por .

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

- a) em uma elipse, a diferença dos raios focais é uma constante.
- b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a > 1$, significa que a mesma é uma elipse.
- c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo y tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x .
- d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $||\overrightarrow{PF_1}|| + ||\overrightarrow{PF_2}|| = 2a$, onde F_1, F_2 são os focos, é uma elipse.
- e) a parábola $[(-1)^{\mathcal{K}}]x = y^2$ tem a concavidade voltada para a esquerda no plano cartesiano.

2ª Questão Na cônica C , representada pela equação

$$16x^2 + [(-1)^{\mathcal{K}}]9y^2 + (32.\mathcal{K}).x = 144 - 16.\mathcal{K}^2$$

temos que:

- a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x .
- b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x .
- c) o ponto $C = (\mathcal{K} + 1, \mathcal{K})$ é o centro.

d) a distância entre o um foco e o centro é 4.

e) a distância mínima entre um vértice e o centro é 4.

3ª Questão Com relação a quádrlica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + y^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]} + [(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{z^2}{16} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse.

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse.

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrlica Q é uma hipérbole.

d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha.

e) é uma parabolóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrlica Q da terceira questão.

$$\text{b) } \frac{z^2}{(16 + \mathcal{K})} + \frac{y^2}{(25 - \mathcal{K})} = 1$$

c) $x^2 - y^2 + 4(\mathcal{K} + 1)z^2 = 0$

Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 09/Nov/2004

Turno: Tarde

Curso: _____ Nome: _____

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO** cada resposta dada. *Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante \mathcal{K} por .

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

- a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante.
- b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma elipse.
- c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x .
- d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| \|\overrightarrow{PF_1}\| - \|\overrightarrow{PF_2}\| \right| = 2a$, onde F_1, F_2 são os focos, é uma elipse.
- e) a cônica $[(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 + y^2 = 1$ é uma elipse.

2ª Questão Na cônica C , representada pela equação

$$[(-1)^{\mathcal{K}}]9x^2 + 16y^2 + (32.\mathcal{K}).y - 144 + 16.\mathcal{K}^2 = 0$$

temos que:

- a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x .
- b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x .
- c) o ponto $C = (\mathcal{K} + 1, \mathcal{K})$ é o centro.

- d) a distância entre o um foco e o centro é 4.
- e) a distância mínima entre um vértice e o centro é 4.

3ª Questão Com relação a quádrlica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + [(-1)^{\mathcal{K}}] \frac{y^2}{16} + z^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2} \right]} = 1$$

temos que:

- a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse.
- b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse.
- c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrlica Q é uma hipérbole.
- d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha.
- e) é uma parabolóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

- a) A quádrlica Q da terceira questão.
- b) $[(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 = z$
- c) $-x^2 + (\mathcal{K} + 1)y^2 - z^2 = 0$

Boa Sorte

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

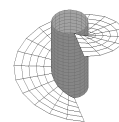
--	--	--	--	--	--	--	--



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 09/Nov/2004

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO** cada resposta dada. *Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante \mathcal{K} por .

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

- a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante.
- b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma hipérbole.
- c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x .
- d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| \|\overrightarrow{PF_1}\| - \|\overrightarrow{PF_2}\| \right| = 2a$, onde F_1, F_2 são os focos, é uma hipérbole.
- e) a cônica $[(-1)^{\mathcal{K}}]y^2 = x$ é uma parábola com eixo focal paralelo ao eixo x .

2ª Questão Na cônica C , representada pela equação

$$[(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{(2 + \mathcal{K})^2} = 1$$

temos que:

- a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x .
- b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x .

- c)** o ponto $F = (\mathcal{K} + 1, 5)$ é um dos focos.
- d)** a distância entre um foco e o centro é 5.
- e)** a distância mínima entre um vértice e o centro é 5.

3ª Questão Com relação a quádrlica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + [(-1)^\kappa] \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$$

temos que:

- a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse.
- b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrlica Q é uma parábola.
- c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrlica Q é uma hipérbole.
- d) é uma hiperbolóide elíptica de duas folhas.
- e) é uma elipsóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

- a) A quádrlica Q da terceira questão.
- b) $[(-1)^{(\mathcal{K}-1)}]x^2 = z$
- c) $x^2 - (\mathcal{K} + 1)y^2 + z^2 = 0$

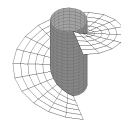
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 16/Nov/2004

Turno: M+T+N

Curso: Nome:

Período: 04.1

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, com **VERDADEIRO** ou **FALSO**, justificando cada resposta dada, nas quatro primeiras questões. *Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante \mathcal{K} por .

1ª Questão Sabendo que 30° é medida do ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} , $\|\vec{u}\| = 2\mathcal{K}\sqrt{3}$ e $\|\vec{v}\| = \mathcal{K}$, é verdadeiro afirmar que:

- a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3\mathcal{K}^2$
- b) $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = 3\mathcal{K}^2$
- c) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \mathcal{K}$
- d) $\|\vec{u} - 2\vec{v}\|^2 = \mathcal{K} + 3$

2ª Questão Com relação aos vetores $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (0, 0, 2)$ e $\vec{c} = (2\mathcal{K}, 1, 0)$, temos que:

- a) \vec{a} e \vec{b} são LI.
- b) \vec{b} e \vec{c} são LD.
- c) \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} são LI.
- d) formam uma base para o \mathbb{R}^3 .

3ª Questão Dados os pontos $A = (0, -\mathcal{K}, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ e $C = (0, 1, 0)$, temos que:

- a) eles determinam o plano ζ de cuja a equação é

$$\zeta : (\mathcal{K})x + y + (1 + \mathcal{K})z = 1$$

b) a origem $O = (0, 0, 0)$ pertence ao plano definido pelos pontos.

c) a equação simétrica da reta r definida pelos pontos A e B é

$$r : x = -y + 1 = z$$

d) a distância entre o ponto C e a reta r definida pelos pontos A e B é 5.

4ª Questão Na cônica C , representada pela equação

$$\frac{x^2}{(5 + \mathcal{K})^2} + \frac{y^2}{25} = 1$$

temos que:

a) possui eixo focal paralelo ao eixo y .

b) a interseção com a cônica $x^2 + y^2 = 25$, possui 2 pontos.

c) o vértice da cônica, mais à direita no plano cartesiano é o ponto $V = (0, 5)$.

d) a maior distância entre dois vértices é 5.

5ª Questão Classifique e esboce as equações abaixo:

a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1 + \mathcal{K}} = (-1)^{(\mathcal{K}+1)}$ em \mathbb{R}^2

b) $\frac{x^2}{\mathcal{K}} + \frac{y^2}{10 - \mathcal{K}} = (-1)^{\mathcal{K}} z^2$ em \mathbb{R}^3

Boa Sorte

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--

Assinatura