

COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA

Lenimar Nunes de Andrade
Professor Adjunto do
Departamento de Matemática/UFPB
e-mail: *lenimar@mat.ufpb.br*

7 de janeiro de 2002

1 O QUE É COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA?

A computação, em suas várias modalidades e conseqüências, tem produzido significativas transformações culturais, econômicas e sociais de modo que é impossível imaginar as sociedades modernas sem uma efetiva participação do computador.

O verbo computar tem sido historicamente utilizado significando “fazer cálculos com números”. A Computação Numérica envolve não só as quatro operações aritméticas básicas, mas também cálculos de valores de funções matemáticas e operações mais sofisticadas como cálculo das raízes de um polinômio ou dos autovalores de uma matriz. Nesse tipo de computação, tanto os dados iniciais quanto os resultados finais são números.

Apesar de atender às necessidades do usuário em muitas situações, os cálculos feitos numericamente em geral não são exatos. Por exemplo, a simples divisão de 1 por 3 em notação decimal é aproximadamente igual a 0,333333. Não importa quantas casas decimais sejam usadas, esse valor será sempre aproximado: ao ser multiplicado por 3 o produto dá como resposta 0,999999. Se fosse um cálculo exato, a resposta deveria ser 1. Além disso, esse pequeno erro inicial da ordem de um milionésimo tende a aumentar, a se propagar, se for usado conjuntamente com outros cálculos também aproximados.

Devido às inconveniências da Computação Numérica, como a falta de exatidão nos resultados, é que se estuda há cinco décadas um outro tipo de computação chamado Computação Simbólica ou computação Algébrica. A Computação Algébrica representa os objetos matemáticos por símbolos, não necessariamente numéricos. Esses símbolos podem representar números inteiros, números racionais, números complexos, números algébricos e também estruturas mais complexas e abstratas como polinômios, matrizes, sistemas de equações, grupos, anéis.

O objetivo da Computação Algébrica é obter resultados exatos, fórmulas “fechadas”, baseadas nas regras usuais da Álgebra. Por exemplo, um programa de Computação Algébrica efetua cálculos com a raiz quadrada de dois sem a necessidade de representá-la em forma decimal

aproximada. Em vez de se preocupar com aproximações numérica, o programa conhece as regras e propriedades algébricas dos objetos envolvidos. Ele sabe que o objeto “raiz quadrada de dois” é positivo e que elevado ao quadrado dá como resposta dois e isso basta para efetuar cálculos em inúmeras situações. Um programa de Computação Algébrica também percebe que a soma $X + X$ tem como resultado $2X$, sem ser necessário atribuir um valor numérico para X .

2 SISTEMAS DE COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA

Nos últimos 25 anos tem havido grande progresso na teoria envolvendo algoritmos simbólicos ou algébricos. Além disso, a forma de representar esses algoritmos matemáticos em computador também progrediu bastante. Isso deu origem a uma nova disciplina conhecida sob várias denominações: Computação Algébrica, Computação Simbólica, Álgebra Computacional, Manipulação de Fórmulas, Manipulação Simbólica. Assim, o programa ou conjunto de programas de computador relacionados com essa disciplina passou a se chamar: Sistema de Computação Algébrica ou Sistema de Manipulação Simbólica, entre outros nomes.

São inúmeras as áreas da ciência e da tecnologia em que a Computação Algébrica vem sendo utilizada. Para citar só algumas delas: Mecânica Celeste, Acústica, Relatividade Geral, Química, Teoria dos Números, Teoria dos Grupos, Análise Numérica, Robótica e Metalurgia.

Os Sistemas de Computação Algébrica podem ser divididos em duas categorias: sistemas de uso específico e sistemas de uso geral. O que esses sistemas têm em comum é uma grande capacidade de efetuar rapidamente cálculos analíticos que podem ser bastante trabalhosos.

Os sistemas de uso específico foram desenvolvidos para resolver problemas em áreas específicas da Física ou da Matemática. Podemos citar como alguns exemplos o SHEEP para Teoria da Relatividade Geral, o CAMAL para Mecânica Celeste, o GAP para Teoria dos Grupos e o Macaulay para Geometria Algébrica.

Os sistemas de uso geral possuem não só recursos algébricos, mas também podem incorporar recursos numéricos ou gráficos, além de serem verdadeiras linguagens de programação para cálculos analíticos.

Possuem grande número de funções e operações matemáticas de modo a permitirem que seus usuários obtenham prontamente respostas analíticas para cálculos envolvendo fatorações, trigonometria, logaritmos, polinômios, limites, derivadas, integrais, equações diferenciais, sistemas de equações, séries de potências, transformadas de Laplace, transformadas de Fourier, cálculo matricial, formas diferenciais, etc.

Alguns exemplos desses sistemas são:

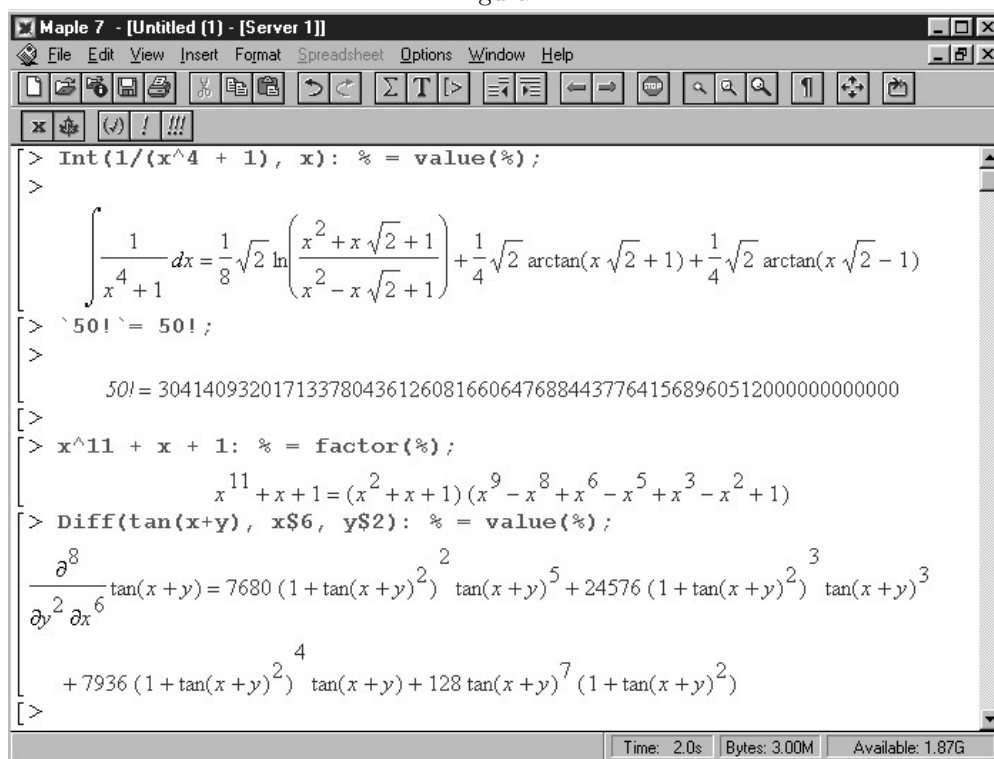
- **Derive** – Um dos menores e mais eficientes sistemas já criado. Nos anos 80 chama-se MuMATH.
- **REDUCE** - Um dos mais antigos sistemas de uso geral, surgiu no final dos anos 60.

- **Mathematica** - O primeiro a incorporar recursos algébricos, numéricos, gráficos e funcionar também como linguagem de programação. É um dos atuais grandes sistemas de uso geral.
- **Maple** - Canadense, o Maple é um sistema completíssimo de uso geral e com uma interface com o usuário bastante amigável. Possui inúmeros recursos algébricos e numéricos, constrói animações e gráficos planos ou tridimensionais e funciona como linguagem de programação para permitir que o usuário construa suas próprias funções e procedimentos. Versões de demonstração podem ser obtidas na página do fabricante na Internet.

3 UM EXEMPLO COM UM PROGRAMA DE COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA

Na figura abaixo temos um exemplo de utilização do Maple 7, lançado em meados de 2001. Nela podemos ver o cálculo de uma integral, o gigantesco valor exato do fatorial de 50, a fatoração de um polinômio de grau 11 e uma derivada oitava da função $\text{tg}(x + y)$. Cada um desses trabalhosos cálculos não leva mais do que 1 segundo para ser concluído em um computador que não seja muito ultrapassado.

Figura 1:



4 COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA NO BRASIL

No Brasil, a Computação Algébrica vem sendo utilizada desde o final da década de 80. Por volta de 1988 a Sociedade Brasileira de Matemática distribuiu uma nota aos seus associados comentando sobre a importância em se utilizar esse tipo de recurso computacional.

No Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, no Rio de Janeiro, no período de 24 de julho a 11 de agosto de 1989 foi realizada a I Escola Brasileira de Computação Algébrica. Seu objetivo era a formação de pessoal nessa área. Para isso, foram convidados 8 professores de universidades da Europa e dos Estados Unidos para ministrarem palestras e minicursos.

Há quase dez anos que universidades como a UNICAMP vem mantendo regularmente disciplinas específicas de Computação Algébrica

5 COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA NA UFPB

Desde 1988 que se usa algum programa de Computação Algébrica na UFPB. O primeiro a chegar por aqui foi o REDUCE. Inicialmente disponível no antigo computador IBM central, depois distribuído em versões para computadores pessoais. Era utilizado por professores do Departamento de Matemática e do Departamento de Física.

Em 1991 o DERIVE foi bastante divulgado por aqui. Era um programa minúsculo, ocupava apenas uns 200 Kbytes mas construía gráficos e resolvia muitos problemas de Cálculo e Álgebra com grande eficiência. Hoje, ele está incorporado às modernas calculadoras da Texas Instruments.

Recentemente, a UFPB adquiriu uma licença de uso do Maple 7 para instalação em todos os laboratórios que tiverem interesse em utilizá-lo.

Com a reformulação curricular que está ocorrendo em vários cursos, espera-se que a Computação Algébrica se faça presente em várias disciplinas, seguindo uma tendência mundial. Decididamente, é um recurso que veio para ficar.

6 COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA NA INTERNET

Existem dezenas de páginas na Internet sobre Computação Algébrica. Vamos citar aqui apenas a **www.SymbolicNet.org** . Trata-se do *Symbolic Mathematical Computation Information Center* que é excelente e tem conexões para cerca de 30 diferentes sistemas.