UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
SUB-REITORIA PARA ASSUNTOS DIDÁTICOS
COMISSÃO EXECUTIVA DO CONCURSO VESTIBULAR

IAR GABARITO

Matemática

2.º CONCURSO VESTIBULAR DE 1971/2

PROVA DE MATEMÁTICA .... AREA .... INSCRIÇÃO N.º ....

NOME DO CANDIDATO ....

ASSINATURA DO CANDIDATO .... IAR. Paulo Brito Bonzeff

INSTRUÇÕES

LEIA COM ATENÇÃO!

DO CUMPRIMENTO INTEGRAL DESTAS INSTRUÇÕES DEPENDE, EM GRANDE PARTE, O SEU ÊXITO

1º – Verifique se o número impresso no alto dos dois cartões-resposta coincide com o número do seu cartão de inscrição.

2º – Verifique, com o máximo de atenção, se o seu número constante da lista de presença coincide com o número da carteira e com o da prova. Caso contrário, chame imediatamente o fiscal.

3º – Cada questão consta de 5 (cinco) opções e sòmente uma é correta. Em cada questão, o aluno deverá assinalar, no cartão-resposta, como na figura abaixo, o local correspondente à opção que julgar correta.

4º – Não faça mais de uma marca por coluna, pois mais de uma marca anulará a respectiva questão.

5º – Só marque a resposta no cartão, quando você estiver definitivamente decidido pela mesma.

6º – Para marcar a questão, use ùnicamente o lápis grafite 6B. O uso de instrumento inadequado (caneta, esferográfica, qualquer outro tipo de lápis) anulará fatalmente a questão.

7º – A marca deve ser um traço inclinado, forte, contínuo e denso, de parêntese a parêntese, como na figura abaixo. Qualquer outro sinal não terá valor, anulando, conseqüentemente, a questão.

8º – Não faça o traço curto demais, sem chegar até os parênteses, nem longo demais, ultrapassando-os.

9º – A correção será feita pelos cartões, não sendo computadas quaisquer anotações ou respostas no texto da prova.

10º – Nenhuma questão deverá ficar sem resposta. Mesmo desconhecendo o assunto, responda por tentativa.

11º – Os cartões-resposta não devem ser dobrados, amassados, nem conter outras assinalações senão as mencionadas acima.

12º – Implicará na anulação da prova: a consulta a livros e notas, o uso de papel ou material diferente dos fornecidos ou permitidos pela Comissão, bem como quaisquer outros meios que comprometam a boa disciplina na aplicação da prova.

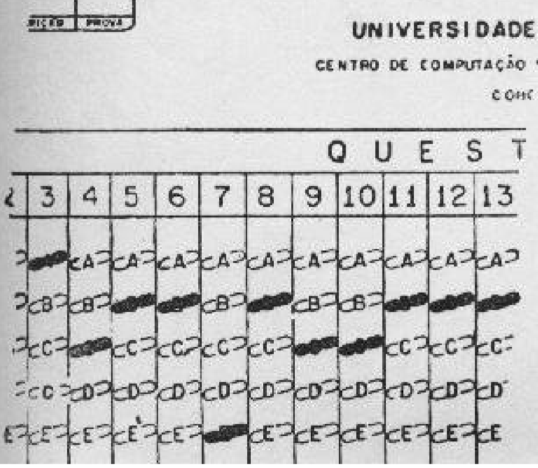
13º – Não é permitido retirar-se do local de prova, mesmo para utilização do sanitário.

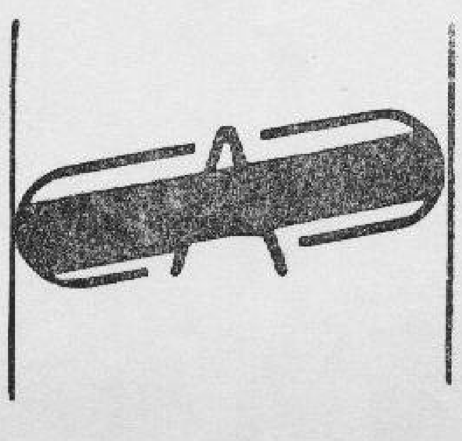
14º – Não consulte os examinadores nem os fiscais: a interpretação dos enunciados faz parte da prova.

15º – Finalmente, lembre-se de que, ajudando o seu vizinho não capacitado, você, neste Concurso classificatório, está reduzindo suas possibilidades de ingresso na Universidade.

ATENÇÃO: Verifique se o seu caderno de prova está completo

MARCA CORRETA:





PROVA DE MATEMÁTICA

Duração: 3 (três) horas.

INSTRUÇÕES

1 - A prova consta de 40 (quarenta) questões tipo múltipla escolha com 5 (cinco) opções cada uma; em cada questão há uma e sòmente uma opção correta.

2 - Faça os cálculos no verso das fôlhas da prova e no papel fornecido para êste fim (rascunho); não será admitido o uso de outro papel além do que acompanha a prova.

3 - Êste caderno não deve ser desgrampeado.

4 - Verifique se o caderno está completo.

5 - Nesta prova serão usados os seguintes símbolos:

R	representa o conjunto dos números reais.
R^+	representa o conjunto dos números reais positivos.
log	representa logarítmo decimal.
ln	representa logarítmo neperiano.
$\log_a$	representa logarítmo na base a.
$\emptyset$	representa o conjunto vazio.

* * *

ATENÇÃO

É de responsabilidade do candidato conferir o número de sua prova com o seu número de ordem na lista de presença.

1. Se $\operatorname{sen}x - \cos x = \frac{1}{5}$, o valor de $\operatorname{sen}2x$ será:

a) $\frac{24}{25}$; b) $\frac{12}{25}$; c) $\frac{26}{25}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{24}{50}$

2. Determinar o valor da expressão:

$$tg\frac{\pi}{5} + sen^2\frac{\pi}{12} + tg\frac{14\pi}{5} - cos^2\frac{\pi}{12}$$

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $-\frac{1}{2}$; c) $2 + \sqrt{3}$; d) 1 ; e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. As coordenadas de um ponto $Q(x_0, y_0)$ que divide o segmento de reta que vai do ponto $P_1(x_1, y_1)$ ao ponto $P_2(x_2, y_2)$ na razão de p para q é:

a) $x_0 = \frac{px_1 + qx_2}{p + q}$; $y_0 = \frac{py_1 + qy_2}{p + q}$

b) $x_0 = \frac{px_1 - qx_2}{p + q}$; $y_0 = \frac{py_1 - qy_2}{p + q}$

c) $x_0 = \frac{px_2 + qx_1}{p + q}$; $y_0 = \frac{py_2 + qy_1}{p + q}$

d) $x_0 = \frac{px_2 - qx_1}{p + q}$; $y_0 = \frac{py_2 - qy_1}{p + q}$

e) Nenhuma das alternativas.

4. A expressão $\frac{(n + 2)! + (n - 1)!(n + 1)}{(n - 1)!(n + 1)}$ onde n é inteiro e $n > 1$ pode ser simplificada e escrita na forma:

a) $(n + 2)!$; b) $n + 3$; c) $n^2 + 3n + 3$

d) $n + 1$; e) Nenhuma das alternativas.

5. Duas esferas com o mesmo raio r, passam cada uma pelo centro da outra. Então o volume V da região interior comum às duas esferas é dado pela expressão:

a) $V = 9\pi r^3/10$; b) $V = 5\pi r^3/12$; c) $V = \pi r^3\sqrt{3}/4$

d) $V = 2\pi r^3\sqrt{3}/5$; e) Nenhuma das alternativas.

6. Uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b, c são números reais.

a) Pode ter uma só raiz imaginária.

b) Nunca terá raizes iguais.

c) Tem sempre duas raizes reais.

d) Pode ser uma equação do primeiro grau.

e) Nenhuma das alternativas.

7. Seja A = conjunto dos alunos matriculados na Universidade Federal da Paraiba no ano de 1970. Se $x \in A$, notemos: $p(x)$ = peso de x; $s(x) = 0$, se x é do sexo masculino ; $s(x) = 1$ se x é do sexo feminino; finalmente, notemos $y = I(x)$, no lugar de "y é irmão de x". Então:

a) p, s e I definem funções.

b) p e I definem funções.

c) Apenas p e s definem funções.

d) Apenas p define uma função.

e) Nenhuma das alternativas.

8. A união de todos os círculos de raio a, num mesmo plano, passando por um ponto fixo, é:

a) Um ponto ; b) Uma reta ; c) Duas retas

d) Um círculo ; e) Nenhuma das alternativas.

Se dois trinômios do segundo grau possuem as mesmas raízes, então:

a) *êles são necessàriamente iguais.*

b) *êles assumem necessàriamente um máximo e um mínimo no mesmo ponto.*

c) *êles assumem necessàriamente um máximo ou um mínimo no mesmo ponto.*

d) *êles diferem por uma constante.*

e) *suas concavidades são do mesmo sentido*

Uma função $f: A \times B \longrightarrow C$ *diz-se "simétrica para x e y" se* $f(x, y) = f(y, x)$, *para todo* $(x, y) \in A \times B$.
Sejam $A = B = C = R$ *(conjunto dos reais). Então, f dada por:*

a) $f(x, y) = (\text{sen } x)(\cos y)$, *é "simétrica".*

b) $f(x, y) = e^{2y} + e^{2xy}$, *não é "simétrica".*

c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1$, *não é "simétrica".*

d) $f(x, y) = |x|y$ *não é "simétrica".*

e) *Nenhuma das alternativas*

Seja $f(x) = \log\left[(1 - x)/(1 + x)\right]$. *Então:*

a) $f(a) + f(b) = f(a + b)$

b) $f(a) + f(b)) = f(a).f(b)$

c) $f(a) + f(b) = f\left[(1 - ab)/(1 + ab)\right]$

d) $f(a) + f(b) = f\left[(a + b)/(1 + ab)\right]$

e) $f(a) + f(b) = f\left[(a - b)/(a + b)\right]$

4. *Se* $\text{sen } x = \cos x$, *e* $0 < x < \pi$. *Então podemos afirmar que:*

a) $\text{sen } 2x = 0$

b) $\text{sen } 2x = 1$

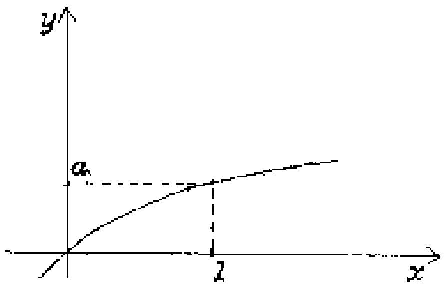
c) $\text{sen } 2x = 1 - \text{sen}^2 x$

d) $\text{sen } 2x = 2\text{sen } x$

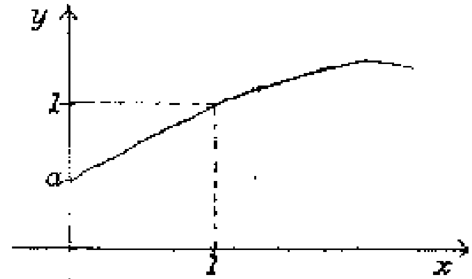
e) $\text{sen } 2x = -\cos x$

13. Seja f uma função real definida por $f(x) = \log_a(x)$, então se $0 < a < 1$, o gráfico da função inversa de f é:

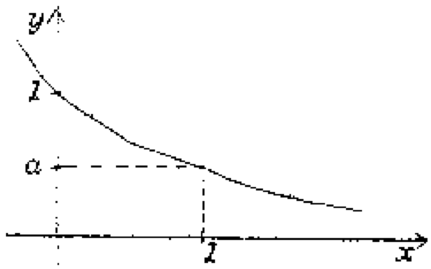
a)



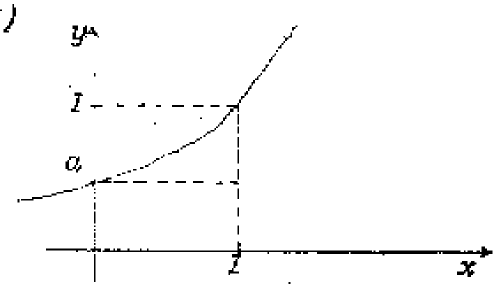
b)



c)



d)



e) Nenhuma das alternativas.

14. $\log(p) + \log(q) = \log(p + q)$ somente se:

a) $p = q = 0$; b) $p(q - 1) = q$; c) $p = q = 1$

d) $q^2/(1 - p) = p$; e) $p = q/(q + 1)$

15. Se os números complexos $(a + i)/2$, $(a - i)/2$ são raízes da equação $4x^2 - 4mx + m^2 + 1 = 0$, então m vale:

a) $1/a$; b) $-1/a$; c) $-a$; d) a^2

e) Nenhuma das alternativas.

16. O dodecaedro regular possui:

a) 120 diagonais ; b) 90 diagonais

c) 100 diagonais ; d) 150 diagonais

e) Nenhuma das alternativas.

17. Os valores de x para os quais a desigualdade $\log_2(\log_{\frac{1}{2}} x) > 0$ é verdadeira são:

a) $x > 1$; b) $x < 1$; c) $x > 1/2$

d) $0 < x < 1/2$; e) $1/2 < x < 2$

18. O número de raizes reais da equação $5x^4 + x^2 - 3 = 0$, é:

a) 1 ; b) 2 ; c) 3 ; d) 4 ; e) N.D.A.

19. A população de uma certa cidade é de 20.000 habitantes. Se o aumento populacional é de 10% ao ano, qual será a população da cidade ao fim de cinco anos ?

a) 61.052 hbs. ; b) 30.000 hbs. ; c) 122.102 hbs.

d) 29.282 hbs. ; e) N.D.A.

20. Se $a > 1$ e $b = a^{senx}$, pode-se concluir que:

a) $b > 1$; b) $-1 \leq b \leq 1$; c) $1/a \leq b \leq a$

d) $-a \leq b \leq a$; e) N.D.A.

21. Para que valores de $\underline{a}$ verifica-se a seguinte desigualdade:

$$a^{(\log_2 a)^{-1}} \cdot \log_2 a < 1$$

a) $0 < a < \sqrt{2}$ e $a \neq 1$; b) $0 < a < 1/2$

c) $0 < a < \sqrt{2}$; d) $0 < a < 1/2$ e $a \neq 1$; e) N.D.A.

22. Os valores reais de x que satisfazem a inequação $|x| - 2 > x$ são:

a) Nenhum valor de x ; b) $x \geq -2$; c) $x > -1$

d) $x \leq -2$; e) $x < -1$

23. Considere a seguinte expressão:

$K = \log tg 1^\circ \cdot \log cotg 2^\circ \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \log tg 59^\circ \cdot \log cotg 60^\circ$.

Então:

a) $K = 1/2$; b) $K = 0$; c) $K = 1$

d) $K = \sqrt{3}/2$; e) $K = \log(\sqrt{2}/2)$

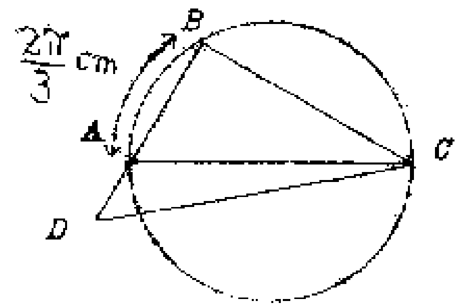
24. O seguinte sistema de equações lineares $\begin{cases} ax + by - az = c \\ ax - ay + az = d \\ 2bx - ay + bz = c \end{cases}$

onde a, b, c, d são reais e $a \neq 0$, não possui solução se:

a) $b = 2a$ ou $b = a$; b) $b \neq 2a$; c) $b \neq a$

d) $b > 2a$; e) $b < a$

25. Na figura ao lado, temos que o diâmetro AC mede 4cm, o comprimento do arco $\widehat{AB}$ é $2\pi/3$ cm e a área do triângulo ADC é $\sqrt{3}$ cm^2. Então a área do triângulo BDC é:



a) $3\sqrt{3}$ cm^2 ; b) $4\sqrt{3}$ cm^2 ; c) $2\sqrt{3}$ cm^2

d) $5\sqrt{3}$ cm^2 ; e) N.D.A.

26. Para que valores de $b \geq 0$, a equação $3y - 1 = \sqrt{x^2 + bx + 2}$ representa uma reta ?

a) $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$; b) 2 e $\sqrt{2}/2$; c) 1/2 e $-1/2$

d) 2 e -2 ; e) N.D.A.

27. Dadas as proposições:

1. Se a é um número inteiro e $a < 0$ então $|a| = -a$.
2. O número $\sqrt{0,01}$ é irracional.
3. Se $a > b$ e $c < d$ então $-(a + c) > -(b + d)$.

Marque no cartão-resposta a letra

a) Se for verdadeira apenas a proposição 1.
b) Se for verdadeira apenas a proposição 2.
c) Se for verdadeira apenas a proposição 3.
d) Se forem falsas as três proposições.
e) Se forem verdadeiras as três proposições.

28. Seja $\underline{a}$ um número inteiro, seja $P(n)$ uma propriedade (verdadeira ou falsa) associada a cada número inteiro $n \leq a$ e suponhamos que I) $P(a)$ é verdadeira;

II) Para todo número inteiro n, se $n \leq a$ e se $P(n)$ é verdadeira, então $P(n-1)$ também é verdadeira.

Nestas condições podemos afirmar que:

a) $P(n)$ é verdadeira para todo número inteiro $n \geq a$.

b) $P(n)$ é verdadeira para todo número inteiro $n \leq a$.

c) $P(n)$ é verdadeira sòmente para $n = a$.

d) $P(n)$ é verdadeira qualquer que seja o valor de n.

e) N.D.A.

29. Considere a função exponencial $f(x) = a^x$, $a \in R^+$ e $a \neq 1$, então:

a) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, para todo a.

b) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, para todo a.

c) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, para $a > 1$.

d) $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, para $0 < a < 1$.

e) N.D.A.

30. Seja f uma função cujo domínio é o conjunto dos números inteiros, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \text{ é par} \\ 2x & \text{se } x \text{ é ímpar} \end{cases}$$

Então, $f(1) + f(2) + \ldots\ldots + f(2K-1)$, vale:

a) K^2 ; b) $2K(K+1)$; c) $2K-1$; d) $2K^2$

e) N.D.A.

31. Dada a matriz $\begin{pmatrix} 5 & K \\ 1 & K^3 \end{pmatrix}$, um valor real que podemos atribuir a K para que a matriz tenha inverso multiplicativo é:

a) Zero ; b) $+\sqrt{1/5}$; c) $-\sqrt{1/5}$; d) $-1/5$

e) N.D.A.

32. Seja A um conjunto não vazio e seja $P(A)$ o conjunto das partes de A, isto é, o conjunto de todos os subconjuntos de A. Então:

a) $A \cap P(A) = A$; b) $A \cup P(A) = A$; c) $A \cap P(A) = \emptyset$

d) $A \cup P(A) = P(A)$; e) $A \cap P(A) = P(A)$

33. Um barco Y encontra-se a 65km a leste de outro, X, sendo que ambos partem simultâneamente às 9 horas.
Sabendo que Y se dirige para oeste, a 10km/h, enquanto X, para o sul, a 15km/h. Determinar a que horas a distância entre êles é mínima.

a) 10 hs ; b) 12 hs ; c) 11 hs
d) 10 horas e 30 minutos ; e) 11 horas e 30 minutos

34. O resultado da simplificação da expressão:

$$\frac{1 + x^2 + x^4 + \ldots\ldots + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \ldots\ldots + x^n} \quad \text{é}$$

a) $x + x^2 + \ldots\ldots + x^n$; b) nx^n ; c) nx^{2n}

d) $\dfrac{x^n + 1}{x + 1}$; e) $\dfrac{x^{n+1}}{x + 1} + 1$

35. No trinômio $y = ax^2 + bx + c$, onde
$c = (\text{sen}1^\circ + \cos 1^\circ) \cdot (\text{sen}2^\circ + \cos 2^\circ) \ldots (\text{sen}180^\circ + \cos 180^\circ)$
e $a, b \in R$, pode-se afirmar que:

a) Zero é raiz do trinômio
b) $y > 0$, para todo $x \in R$
c) $y < 0$, para todo $x \in R$
d) O trinômio tem duas raizes reais distintas
e) N.D.A.

36. O conjunto de valores da função definida por $\left\{(x\ ,\ y) \in R \times R \text{ tais que } y = \dfrac{2x^3 - 18x}{x^2 - 9}\right\}$ é:

a) $\{y \in R \text{ tais que } -3 < y < 3\}$

b) $\{y \in R \text{ tais que } y < -3 \text{ e } y > 3\}$

c) $R - \{-3\ ,\ 3\}$; d) $R - \{-6\ ,\ 6\}$

e) $R - \{3\ ,\ 6\}$

37. Seja um triângulo no plano. Se tôdas as coordenadas de seus vértices são números racionais, podemos afirmar que:

a) O triângulo não é equilátero.

b) O triângulo é equilátero.

c) O triângulo é isósceles.

d) O triângulo é escaleno.

e) N.D.A.

38. Sendo $f(2x + 1) = x$, qualquer que seja $x \in R$, então: $f(x)$ vale:

a) $2x + 1$; b) $\dfrac{2}{x - 1}$; c) $2x - 1$

d) $2x^2 + x$; e) $\dfrac{x - 1}{2}$

39. Sabendo-se que $P_1 = (\text{sen}x).(\cos x)$, qual a fórmula geral do produto $P_{n+1} = P_1(\cos 2x)(\cos 2^2x)......(\cos 2^nx)$?

a) $\dfrac{\text{sen}(2^{n+1}x)}{2^{1-n}}$; b) $\dfrac{\text{sen}(2^{n+1}x)}{2^{n+1}}$; c) $\dfrac{n(n2^{n+1}x)}{2^{n+1}}$

d) $\dfrac{\text{sen}(2^{n-1}x)}{n2^{n+1}\text{sen}x}$; e) N.D.A.

40. $$\frac{1}{\log_2 N} + \frac{1}{\log_3 N} + \frac{1}{\log_4 N} + \cdots\cdots + \frac{1}{\log_{100} N} =$$

a) $\frac{100}{\log_{100!} N}$

b) $\frac{1}{\log_{100!} N}$

c) $\frac{1}{\log_{101!} N}$

d) $\log_{100!} N$

e) N.D.A.

* * * * * * * * *