

ANO LETIVO DE 1970

(Espaço reservado à CECV)

Área _____ Inscrição nº _____

(Nome do candidato em letra de Imprensa)

(Assinatura ou rubrica do candidato)

Referência ao número da prova e ao nome do candidato deve ser feita no lado oposto da folha.

I N S T R U Ç Õ E S

1. Assine sómente no local indicado e assinale, claramente, o nome do curso e número de inscrição.
2. Não se distraia nem tenha pressa: a prova tem a duração de _____.
3. Não consulte os examinadores nem fiscais: a interpretação dos enunciados faz parte da prova.
4. A consulta a livros e notas ou uso de papel ou material diferentes dos fornecidos ou permitidos pela Comissão implicará na anulação da prova.
5. Responda cada parte da prova na folha própria, no espaço previamente destinado.
6. Não serão considerados no julgamento:
 - a) o rascunho.
 - b) questões respondidas mais de uma vez, sem indicação explícita.
7. Seja claro e suscinto.

OBSERVAÇÃO — Este caderno contém _____ folhas, sendo _____ destinadas a rascunho. Verifique se o seu caderno está completo.

(Espaço destinado à CECV)

PROVA DE MATEMÁTICA

DURAÇÃO: 4 (quatro) horas

OBSERVAÇÃO 1

A prova consta de 40 (quarenta) questões tipo múltipla escolha, com 5 (cinco) opções cada uma; em cada questão só há uma e somente uma opção correta. O aluno deverá no quadro de respostas assinalar com uma cruz o local correspondente à opção que julgar correta.

OBSERVAÇÃO 2

Será anulada a questão que for assinalada no texto fora do quadro de respostas.

OBSERVAÇÃO 3

Faça os cálculos exclusivamente no verso das folhas da prova e no papel fornecido para este fim (rascunho); não será admitido o uso de outro papel além do que acompanha a prova.

* * *

01. Da afirmativa "penso, logo existo" conclui-se que:
 a) pensar é uma condição suficiente de existência;
 b) só existe o que pensa;
 c) gato não existe;
 d) pensar é uma condição necessária de existência;
 e) um morto não existe porque não pensa.
02. Sabendo-se que meio tijolo pesa meio quilo mais um quarto de tijolo, conclui-se que um tijolo inteiro pesa:
 a) 0,05 Kg; b) 1 Kg; c) 1,5 Kg; d) 2 Kg; e) 2,5 Kg.
03. A diferença entre os números $3,75$ e $3,74999\dots$ é:
 a) zero; b) 0,1; c) 0,01; d) 0,001;
 e) nenhum dos valores anteriores.
04. Sabendo-se que o seno é metade da corda do arco duplo do círculo de raio unitário, conclui-se que o seno de 60° é:
 a) menor do que 0,5; b) menor do que 0,8;
 c) menor do que 0,87; d) menor do que $\sqrt{3}/2$;
 e) igual a 0,8666...
05. O número de grupamentos que se pode formar com as letras da palavra "MARCELO", de tal maneira que as letras M, A, E R fiquem sempre juntas, é:
 a) 1.024; b) 720; c) 210; d) 35; e) 5.040.
06. O diâmetro do círculo circunscrito a um triângulo de lados 3,4,5 é:
 a) 3; b) 4; c) 5; d) 6; e) nenhum desses valores.
07. Sabendo-se que $\sin^2 X + \cos^2 X = 1$ e $\cos 2X = \cos^2 X - \sin^2 X$, conclui-se que:
 a) $\cos^2 2X = (1-\cos 4X)/2$; b) $\sin^2 2X = (1+\sin 4X)/2$;
 c) $\sin^2 X = (1+\sin^2 X)/2$; d) $\cos^2 2X = (1+\cos 4X)/2$;
 e) nenhuma dessas relações é verdadeira.
08. O limite de $\tan X/\sin X$, quando X tende para zero, é:
 a) 2; b) 1; c) zero; d) -1; e) nada acima.
09. Dado o determinante,
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 + Ka_2 & b_1 + Kb_2 & c_1 + Kc_2 \end{vmatrix};$$

 O seu valor é:
 a) 1; b) zero; c) 3; d) $1/5$; e) -2.

10. Dada a função $Y = \ln \operatorname{tg}^2 X$, o valor numérico da sua derivada primeira para $X = 45^\circ$ é:
 a) $1/2$; b) $1/4$; c) 4 ; d) 2 ; e) $1/3$.
11. $\lim_{X \rightarrow \pi/2^-} \cotg X \sec X$ quando X tende para $\pi/2$, é:
 a) indeterminado; b) zero; c) 1 ; d) $+\infty$; e) $-\infty$.
12. Sabendo-se que $\operatorname{sen}(X \pm Y) = \operatorname{sen} X \cos Y \pm \cos X \operatorname{sen} Y$, conclui-se que $\operatorname{sen} 75^\circ$ é igual a:
 a) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)/2$; b) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)/2$
 c) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)/4$; d) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)/4$
 e) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})/4$
13. O $\cos 15^\circ$ é igual a:
 a) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)/2$; b) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)/2$
 c) $\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)/4$; d) $\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)/4$
 e) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})/4$.
14. Os senos de 210° , -45° e 120° , são respectivamente:
 a) $1/2$, $\sqrt{2}/2$, $-\sqrt{3}/2$; b) $-1/2$, $-\sqrt{2}/2$, $\sqrt{3}/2$
 c) $1/2$, $\sqrt{2}/2$, $\sqrt{3}/2$; d) $-1/2$, $-\sqrt{2}/2$, $-\sqrt{3}/2$
 e) $-1/2$, $\sqrt{2}/2$, $-\sqrt{3}/2$.
15. A relação verdadeira entre secante e tangente é:
 a) $\sec^2 X = \operatorname{tg}^2 X + 1$; b) $\operatorname{tg}^2 X = \sec^2 X + 1$
 c) $\sec^2 X = 1 + \cotg^2 X$; d) $\sec^2 X = 1 - \operatorname{tg}^2 X$
 e) nenhuma dessas relações é verdadeira.
16. Sabendo-se que $\operatorname{tg} X = 1/\sqrt{3}$, conclui-se que:
 a) $X = 30^\circ$ ou -30° ; b) $X = 60^\circ$ ou -60°
 c) $X = 30^\circ$ ou 120° ; d) $X = 60^\circ$ ou 150°
 e) $X = 30^\circ$ ou 210° .
17. O volume da esfera inscrita no cubo de aresta b é:
 a) $\pi b^3/3$; b) $4\pi b^3/3$; c) $\pi b^3/6$; d) $4\pi b^3/6$; e) $4\pi b^3$
18. Se A' representa o complemento de A e $X = Z$, então, $X \cap (Y \cap Z)$ é igual a:
 a) X ; b) Y ; c) $X \cup Y$; d) $X \cap Y$; e) $X' \cup Y'$.
19. A soma $1+2+3+4+\dots+217$ é igual a:
 a) 23.635; b) 26.335; c) 25.363; d) 23.653; e) 32.562.

4. A distância entre as relações é de 3 cm.

- a) 3; b) $3\sqrt{2}$; c) $3/\sqrt{2}$; d) $3/2$; e) nenhum desses valores.

21. Se $X = \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots\}$ e $Y = \{1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots\}$, então:

- a) $X \cap Y = \{1/3, 1/5, 1/7, \dots\}$;
 b) $X \setminus Y = \emptyset$;
 c) $X \cap Y = \{1, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10, \dots\}$;
 d) $X \setminus Y = \{1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots\}$;
 e) $X \cap Y = \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots\}$.

22. A relação $\frac{\sin(X + 90^\circ)}{\sin X}$ é igual a:

- a) $\operatorname{tg} X$; b) $-\operatorname{tg} X$; c) $-\operatorname{cotg} X$; d) $\operatorname{cotg} X$; e) $\operatorname{sec} X$.

23. O coeficiente do 17º termo do desenvolvimento do binômio $(1 + X/Y)^{18}$ é:

- a) 18; b) 17; c) 173; d) 157; e) 1535

24. O raio do círculo inscrito no triângulo equilátero de lado igual a 2 é:

- a) $\sqrt{3}/2$; b) $2/\sqrt{3}$; c) $1/\sqrt{3}$; d) 1; e) $\sqrt{3}/6$

25. Se uma reta é tangente a uma curva, fechada ou aberta, num ponto P, então necessariamente, temos que:

- a) P é o único ponto comum à curva e à reta;
 - b) a reta não pode ser tangente à curva noutro ponto;
 - c) a reta não pode cortar a curva noutro ponto;
 - d) a reta pode interceptar a curva em infinitos pontos;
 - e) a curva está num dos semi-planos em que a tangente divide o plano.

26. O gráfico de $Y = X^4 - 13X^2 + 36$ corta o eixo dos X nos pontos:

- a) $X = -4$, $X = 4$, $X = -3$, $X = 3$;
 b) $X = -2$, $X = 3$;
 c) $X = -2$, $X = 2$, $X = 3$, $X = 4$;
 d) $X = 2$, $X = -3$, $X = 3$, $X = -4$;
 e) $X = -4$, $X = 4$, $X = -2$, $X = 2$.

27. Internamente a um círculo de raio 2 (dois) traça-se outro, tangente ao primeiro, de forma que a área deste fique dividida em duas partes iguais; pode-se então afirmar que a soma das áreas dos dois círculos é:

28. Traçam-se dois círculos concêntricos, um com raio de ordem de grandeza do raio do sol e outro, exterior, com raio tal que sua circunferência tenha 1 metro mais do que a do círculo interior; entre as duas circunferências há espaço por entre:

- a) poderia passar um gato;
- b) só poderia passar uma lagartixa;
- c) só poderia passar uma pulga;
- d) só poderia passar um micróbio;
- e) nenhum micróbio passaria.

29. Sabendo-se que $\log_a 32 = -5/7$, então:

- a) $a = 2^7$; b) $a = 2^{-7}$; c) $a = 7^2$; d) $a = 7^{-2}$; e) $a = 32/35$

30. A diferença entre o valor numérico da área lateral de um cilindro reto de raio da base igual a 0,5 e altura igual a 1, e o valor numérico da área da esfera inscrita nesse cilindro é igual a:

- a) 2π ; b) π ; c) $3\pi/2$; d) $2\pi/3$; e) zero.

31. Sabendo-se que conjunto numerável é o que pode ser posto em correspondência biunívoca com o conjunto dos números naturais, então:

- a) o conjunto $\{\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots\}$ não é numerável;
- b) o conjunto $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \dots\}$ não é numerável;
- c) o conjunto $\{\sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{3} + \sqrt{4}, \sqrt{4} + \sqrt{5}, \dots\}$ é numerável;
- d) o conjunto $\{1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{4}, \dots\}$ não é numerável;
- e) o conjunto dos irracionais compreendidos entre 1 e 1,1 é numerável.

32. O termo geral da sucessão $1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, \dots$ é:

- a) $\frac{2n+1+(-1)^{n+1}}{4}$;
- b) $\frac{2n-1+(-1)^{n+1}}{4}$;
- c) $(-1)^n \frac{2n+1+(-1)^n}{4}$;
- d) $(-1)^{n+1} \frac{2n+1+(-1)^{n+1}}{4}$;
- e) $(-1)^n \frac{2n-1+(-1)^{n+1}}{4}$;

33. Num triângulo equilátero de lado k inscreve-se um outro também equilátero com os vértices tocando os meios do lado do primeiro; no triângulo inscrito inscreve-se outro na mesma situação; e, assim sucessivamente; a área do n -ésimo triângulo, a contado primeiro é:
$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^2}\cdot\frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2^4}\cdot\frac{1}{2^n}\cdot k^2$$

34. A área compreendida entre o eixo dos X e o ramo (sob este eixo) da curva $Y = X^2 - 3X + 2$ é:
 a) menor do que $1/4$; b) igual a $1/4$;
 c) maior do que $1/4$; d) menor do que $\pi/64$;
 e) igual a $\pi/64$.
35. O volume do cubo circunscrito na esfera de raio 2 (dois) é:
 a) 4; b) 8; c) 16; d) 32; e) 64.
36. Sabendo-se que, até a quarta decimal, $\log_{10} 3 = 0,4771$ e
 $\log_{10} 2 = 0,3010$, então:
 a) $\log_2 3 = 1,5850$; b) $\log_{10} 6 = 0,7784$;
 c) $\log_{10} 0,15 = 1,1768$; d) $\log_{10} 8 = 0,9032$;
 e) $\log_{10} 27 = 1,4315$.
37. As raízes de $X^3 - 2X^2 - 5X + 6$ são:
 a) -2, 3, 1; b) 6, 3, 1/2; c) 8, 3, 1/2;
 d) 4, 1/2, -2; e) 1/2, 3/2, -1/2.
38. A área do triângulo formado pelas retas $Y = X+2$, $Y = -X+7$ e $X=0$ é:
 a) 1,25; b) 12,5; c) 6,50; d) 6,25; e) $5/\sqrt{2}$.
39. A área da esfera inscrita no cone de altura $h = r\sqrt{3}$ e raio da base igual a r é:
 a) $4\pi r^2$; b) $\pi r^3/3$; c) $4\pi r^2/3$; d) $\pi r^2/\sqrt{3}$; e) $\pi r^2/3$
40. Do $(5-5)^2 = (6-6)^2$ resulta por extração de raízes, $5-5=6-6$; donde, pondo-se 5 e 6 em evidência tira-se $5(1-1)=6(1-1)$ que, dividida por 1-1, acarreta $5=6$; como este resultado é falso, então o erro cometido foi:
 a) subir verdadeira a relação $(5-5)^2 = (6-6)^2$;
 b) ter extraído as raízes;
 c) ter colocado 5 e 6 em evidência;
 d) ter dividido por log 1;
 e) não há explicação porque se trata de um paradoxo.

FOLHA DE RESPOSTAS

Para evitar engano na assinalação das respostas nesta folha, observe que as letras da primeira linha não estão em ordem alfabética

ITENS	b	c	d	e	a	ITENS	b	c	d	e	a
01						21					
02						22					
03						23					
04						24					
05						25					
06						26					
07						27					
08						28					
09						29					
10						30					
11						31					
12						32					
13						33					
14						34					
15						35					
16						36					
17						37					
18						38					
19						39					
20						40					