ANEXO II À RESOLUÇÃO Nº 41/2015 DO CONSEPE

ESTRUTURA ACADÊMICA DO CURSO DE DOUTORADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA, MINISTRADO PELO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA DA UFPB

I – DISCIPLINAS E ATIVIDADES ACADÊMICAS DA ESTRUTURA ACADÊMICA

As disciplinas do Curso de Doutorado do Programa de Pós-graduação em Matemática serão ministradas de acordo com as áreas de concentração: Análise, Álgebra, Geometria/Topologia e Probabilidade.

A – DISCIPLINAS OBRIGATÓRIAS

O Aluno deverá integralizar no mínimo 20 (vinte) créditos nas disciplinas obrigatórias do quadro A abaixo, sendo no mínimo 16 créditos no decorrer do primeiro ano.

QUADRO A

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HORÁRIA	DEP. RESPONSÁVEL
		TEOR	PRAT	TOTAL		
1	Álgebra Comutativa I	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
2	Análise Funcional	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
3	Equações Diferenciais Parciais	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
4	Geometria Algébrica I	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
5	Geometria Riemanniana I	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
6	Probabilidade	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
7	Topologia Algébrica I	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
8	Variedades Diferenciáveis	4	0	4	60h	Dep. de Matemática

B - DISCIPLINAS ELETIVAS

O aluno deverá cumprir, no mínimo, 16 (dezesseis) créditos em disciplinas específicas indicadas no quadro B no decorrer do segundo ano.

QUADRO B

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR.	DEP. RESPONSÁVEL
		TEOR	PRAT	TOTAL		
1	Álgebra Comutativa II	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
2	Álgebra Homológica	4	0	4	60h	Dep. de Matemática

m

3	Análise Estocástica	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
4	Anéis de Cohen-Macaulay	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
5	Cálculo das Variações	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
6	Classes Características de Variedades Singulares	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
7	Curvas Algébricas	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
8	Equações Diferenciais Estocásticas em Finanças	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
9	Equações Diferenciais Parciais Elípticas I	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
10	Equações Diferenciais Parciais Elípticas II	4	0	4	60h	Dep. De Matemática
11	Equações Diferenciais Parciais de Evolução	4	0	4	60h	Dep. De Matemática
12	Espaços Vetoriais Topológicos	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
13	Estatística Matemática	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
14	Geometria Algébrica II	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
15	Geometria Algébrica Complexa	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
16	Geometria Riemanniana II	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
17	Grupos de Lie	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
18	Imersões Isométricas	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
19	Introdução à Geometria Algébrica Complexa	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
20	Introdução à D-módulos Algébricos	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
21	Introdução à Cohomologia Local	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
22	Métodos Topológicos	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
23	Processos de Markov	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
24	Singularidades de Conjuntos Analíticos	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
25	Sub-variedades Mínimas	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
26	Superfícies de Riemann	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
27	Teoria da Interseção	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
28	Teoria das Singularidades	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
29	Teoria dos Espaços de Banach	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
30	Teoria dos Pontos Críticos	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
31	Teoria Geométrica da Medida	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
32	Topologia Algébrica II	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
33	Topologia Diferencial	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
34	Tópicos de Álgebra - TAL	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
35	Tópicos de Análise - TAN	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
36	Tópicos de Geometria - TG	4	0	4	60h	Dep. de Matemática
37	Tópicos de Probabilidade - TP	4	0	4	60h	Dep. de Matemática

m

C - ATIVIDADES ACADÊMICAS OBRIGATÓRIAS

A atividade acadêmica Estágio Docência deverá ser realizada pelo aluno sob a supervisão e acompanhamento do seu orientador ou de outro professor do Departamento de Matemática em curso de graduação. O Estágio Docência é regulamentado pela Resolução nº 26/99 do CONSEPE/UFPB.

QUADRO C

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS*			CARGA HOR.	DEPTO. RESPONSÁVEL
		TEOR	PRAT	TOTAL		
1	Estágio Docência	0	2	2	60h	Dep. de Matemática
2	Seminários	2	0	2	30h	Dep. de Matemática

(*) 1 crédito teórico = 15 horas-aula de atividades teóricas de ensino.
1 crédito prático = 30 horas-aula de atividades práticas de ensino.

II - DISCIPLINAS E EMENTAS

A – ÁLGEBRA

Álgebra Comutativa I

Anéis comutativos e ideais, espectro primo de um anel. Módulos, módulos livres e produto tensorial. Localização de anéis e módulos. Anéis e módulos Noetherianos, teorema da base de Hilbert. Anéis e módulos Artinianos, comprimento de um módulo. Primos associados e decomposição primária de ideais e módulos. Extensões inteiras, teorema de Cayley-Hamilton, teoremas de Cohen-Seidenberg, teorema de normalização de Noether e teorema dos zeros de Hilbert. Teoria da dimensão, teorema do ideal principal de Krull e sistemas de parâmetros. Filtrações, anéis e módulos graduados, lema de Artin-Rees e o teorema de interseção de Krull. Módulos planos, o funtor Tor, critério de planitude. Completamento, lema de Hensel e teorema de estrutura de Cohen. Anéis de valorização discreta, critério de Serre. Polinômios de Hilbert-Samuel e dimensão.

Álgebra Comutativa II

Primos associados, suporte de um módulo, decomposição primária. Filtrações e graduações, completamento de módulos filtrados, anéis e módulos graduados. Polinômios de Hilbert-Samuel. Teoria da dimensão, dimensão de extensões inteiras, dimensão em anéis Noetherianos, teorema de Krull-Chevalley-Samuel. Anéis normais, fecho integral. Anéis de polinômios, dimensão e fecho inteiro de álgebras finitamente geradas, lema de normalização. Sequências regulares, resoluções projetivas, Ext e Tor. Dimensão projetiva, a fórmula de Auslander-Buchsbaum. O complexo de Koszul, sequência espectral associada ao complexo de Koszul. Módulos e anéis de Cohen-Macaulay, caracterizações de módulos de Cohen-Macaulay. Dimensão homológica de módulos, o caso Noetheriano e o caso local. Anéis

m

regulares, caracterizações de anéis locais regulares, o teorema de Auslander-Buchsbaum. Módulos injetivos, dimensão injetiva. Anéis de Gorenstein.

Anéis de Cohen-Macaulay

Sequências regulares, grade, profundidade e dimensão projetiva de um módulo, o complexo de Koszul, sequência espectral associada ao complexo de Koszul. Anéis e módulos de Cohen-Macaulay, caracterizações de módulos de Cohen-Macaulay. Anéis regulares e normais, interseções completas. O módulo canônico, dimensão injetiva, envolvente injetiva, dualidade de Matlis, anéis de Gorenstein, cohomologia local e o teorema de dualidade local. Funções de Hilbert e multiplicidades, teorema de Macaulay sobre funções de Hilbert, anéis filtrados. Anéis de Stanley-Reisner, complexos simpliciais, politopos, cohomologia local de anéis de Stanley-Reisner, números de Betti de anéis de Stanley-Reisner. Módulos de Cohen-Macaulay maximais, o funtor de Frobenius, teorema de finitude de Hochster. Teoremas homológicos, números de Bass.

Curvas Algébricas

Conjuntos algébricos e afins e variedades afins. Curvas planas afins, propriedades locais de curvas planas afins. Variedades projetivas. Curvas planas projetivas, teorema de Bezout, teorema fundamental de M. Noether. Morfismos e aplicações racionais entre variedades. Resolução de singularidades. Teorema de Riemann-Roch. Tópicos adicionais: séries de potências; fatorização no anel de séries de potências; multiplicidade de intersecção de dois ramos; curvas algébricas e superfícies de Riemann; fórmulas de Plücker; cúbicas não singulares e sua estrutura de grupo.

Geometria Algébrica I

Conjuntos algébricos afins, topologia de Zariski, teorema dos zeros de Hilbert, equivalência categórica entre conjuntos algébricos afins e álgebras afins reduzidas. Conjuntos algébricos projetivos, um anel graduado associado a um conjunto algébrico projetivo. Feixes, variedades afins e variedades algébricas, anéis locais. Feixes de módulos sobre variedades algébricas projetivas. Dimensão de variedades algébricas, morfismos finitos. Espaços tangentes, pontos singulares, anéis locais regulares. O teorema de Bezout, multiplicidades de interseção. Cohomologia de feixes, cohomologia de Cech, teoremas de anulamento. Género aritmético de uma curva, a característica de Euler-Poincaré, o teorema de Riemann-Roch. Mapas racionais, género geométrico e curvas racionais.

Geometria Algébrica II

Esquemas afins, o espectro de um anel, pre-feixes e feixes, construção de esquemas afins, módulos quase-coerentes, imágens direta e inversa de feixes de módulos. Esquemas globais, produtos fibrados, subesquemas e inmersões, esquemas separados, esquemas Noetherianos. Cohomologia, funtores derivados, cohomologia de feixes, cohomologia de um esquema Noetheriano, cohomologia de Cech, o teorema de dualidade de Serre. Morfismos étale e morfismos diferenciáveis, feixes de formas diferenciais, morfismos finitos e de apresentação finita. Esquemas projetivos e morfismos próprios, variedades abelianas e projetivas. Teoria da interseção, divisores, cohomologia e homologia de Chow. Curvas, o teorema de Riemann-Roch , o teorema de Hurwitz, inmersões em espaços projetivos, curvas elíticas.

m

Álgebra Homológica
Complexos de cadeias, complexos de R-módulos, sequências exatas longas, homotopia de cadeias, cones. Categorias e funtores, os funtores Hom e produto tensorial, transformações naturais, funtores adjuntos, limites e colimites, categorias abelianas. Funtores derivados, delta-funtores, resoluções injetivas e projetivas. Tor e Ext, Tor para grupos abelianos, Tor e platitude, Ext e extensões, funtores derivados do limite inverso. Dimensões homológicas, dimensão projetiva, dimensão injetiva e dimensão plana, dimensão global. Sequências espectrais, a sequência espectral de Leray-Serre, bicomplexos, filtrações, convergência, hipercohomologia, sequencia espectral de Grothendieck. A categoria derivada, categorias trianguladas, localização e cálculo de frações , funtores derivados.

Introdução à D-módulos Algébricos
A álgebra de Weyl, geradores e relações, simplicidade da álgebra de Weyl. Anéis de operadores diferenciáveis, a álgebra de Weyl , anel de operadores com coeficientes sobre séries de potência e séries convergentes. Módulos sobre a álgebra de Weyl, o anel de polinômios, módulos torcidos, funções holomorfas. Equações diferenciais, o D-módulo associado a uma equação, microfunções. Módulos graduados e filtrados. Dimensão de módulos sobre álgebras de Weyl, o polinômio de Hilbert, desigualdade de Berstein. Módulos holonômicos, exemplos e propriedades. Variedades características, geometria simplética. Cohomologia de De Rham de módulos sobre álgebras de Weyl, complexos parciais de De Rham, relação com os grupos Tor e Ext. Anéis de operadores diferenciais sobre variedades algébricas.

Introdução à Cohomologia Local
Funtores de Cohomologia Local, funtores de torsão e módulos de cohomologia local. A sequência de Mayer-Vietoris, posto aritmético e limites diretos. Mudança de anéis, teorema de independência, teorema de mudança da base plana. Outras aproximações, os complexos de Koszul e de Cech. Cohomologia local em característima prima, o funtor de Frobenius. Teoremas de anulamento, teorema de Grothendieck. Módulos de cohomologia local Artinianos, representação secundária, teorema de no anulamento. Teorema de Lichtembaum-Hartshorne. Teoremas de finitude. Dualidade de Matlis, envolvente injetiva, teorema de dualidade de Matlis. Dualidade local, resoluções injetivas minimais, teoremas de dualidade local. Módulos canônicos, o anel de endomorfismos. O caso graduado, teoremas básicos no caso graduado. Dualidade local no caso graduado.

B – ANÁLISE

Análise Funcional
Espaços vetoriais normados. Espaços de Banach. Espaço quociente. Operadores lineares e seus adjuntos. Espaços duais. Teoremas de Hahn-Banach: formas analítica e geométrica. Lema de Baire. Princípio da limitação uniforme. Teorema do gráfico fechado. Teorema da aplicação aberta. Topologias fraca. Espaços separáveis. Espaços reflexivos. Espaços de Hilbert. Teorema da Projeção. Teorema da Representação de Riesz, Teorema de Stampachia, Teorema de Lax-Milgram. Conjuntos ortonormais. Operadores compactos. Alternativa de Fredholm. Teoria espectral de operadores compactos autoadjuntos.

m

Espaços Vetoriais Topológicos
Espaços vetoriais topológicos; Espaços localmente convexos; Seminormas e topologias; Aplicações lineares contínuas; Espaços quocientes; Espaços completos; Espaços metrizáveis; Teorema da Aplicação Aberta em evt; Teorema do Gráfico Fechado em evt; Teorema de Banach Steinhaus em evt; Teorema de Hahn-Banach em espaços localmente convexos; Forma Geométrica do Teorema de Hahn-Banach em evt; Separação de conjuntos convexos; Sistemas duais; Conjuntos polares; Teorema bipolar; Teorema de
Alaoglu em espaços localmente convexos; Teorema de Goldstine; Caracterização de espaços reflexivos.

Equações Diferenciais Parciais
Equação de Laplace: Solução fundamental, propriedade do valor médio, propriedades de funções harmônicas, função de Green, método da energia. Equação do Calor: Solução fundamental, problema de valor inicial, propriedade do valor médio, princípio do máximo, estimativa das derivadas, método da energia. Equação da Onda: Formula de d'Alembert, soluções no plano e no espaço, métodos da transformada de Fourier e da energia. Espaços de Sobolev: Definição e propriedades, operadores de extensão, imersões de Sobolev, Teoremas de Traço. Formulação variacional de alguns problemas de valores de fronteira.

Equações Diferenciais Parciais de Evolução
Equações de evolução lineares: existência de solução fraca, regularidade, princípio do máximo. Teoria de semigrupos e aplicações. Equações de evolução não-lineares: Método de Compacidade, Método do Poço Potencial, Método de Monotonia, Equação de Schrödinger, Sistema de Navier-Stokes.

Teoria dos Espaços de Banach
Bases de Schauder; Seqüências básicas; Princípio de Seleção de Bessaga-Pelczynski; Bases incondicionais; Teorema de Eberlein-Smulian; Subespaços complementados; Funcionais que atingem a norma; Teorema de Bishop-Phelps; Propriedade da Aproximação; Teorema de Ramsey; Teorema l_1 de Rosenthal; Operadores absolutamente somantes; Geometria dos espaços de Banach: tipo, cotipo e aplicações.

Teoria dos Pontos Críticos
Pontos críticos via minimização. Campos pseudo-gradientes. O Teorema da Deformação. Teoremas do tipo Minimax e Aplicações - O Teorema do Passo da Montanha; O Teorema do Ponto de Sela; O Teorema do Passo da Montanha Generalizado. Problemas com vínculos - O Teorema dos Multiplicadores de Lagrange. O Princípio Variacional de Ekeland. Um Princípio de Minimax Geral. A Teoria de Lusternik-Schnirelman. Pontos críticos na presença de simetria. Problemas com perda de compacidade - O Princípio de Criticalidade de Palais; Concentração Compacidade de Lions e Aplicações.

Métodos Topológicos
Construção do grau topológico em dimensão finita. Propriedades e Aplicações. Construção do grau topológico em dimensão infinita. Teoremas de ponto fixo e aplicações. Teoria de Birfurcação.

m

Equações Diferenciais Parciais Elípticas I
A equação de Laplace: Teorema da média, princípio do máximo, desigualdade de Harnack, representação de Green, o problema de Dirichlet, método das funções subharmônicas, equação de Poisson, potencial newtoniano, problema de Dirichlet para a equação de Poisson. Estimativas de Hölder.
Operador Elíptico de Segunda ordem: Princípio do máximo clássico, Princípio do máximo fraco, principio do máximo forte. Lema de Hopf, Estimativa a priori. Teoria de Schauder: Solução clássica, estimativa de Schauder no interior, Estimativa global e na fronteira. Problema de Dirichlet para operador de segunda ordem. Regularidade no interior e na fronteira.

Equações Diferenciais Parciais Elípticas II
Espaços de Sobolev: Os espaços $W^{k,p}$, Teoremas de Extensão, Teorema do traço, Teoremas de Densidade, Imersões de Sobolev, Teoremas de compacidade. Soluções Generalizadas para o problema de Dirichlet: príncipio do máximo, regularidade, problema de autovalores. Soluções Fortes para o problema de Dirichlet: Princípio do máximo forte, Calderon Zygmung, estimativas L^p, estimativas no bordo e na fronteira.

Teoria Geométrica da Medida
Diferenciação de medidas de Radon; teoremas de cobertura (Vitali, Besicovitch); pontos de Lebesgue; continuidade aproximada; teorema da representação de Riesz; convergência fraca e compacidade para medidas de Radon. Medidas de Hausdorff, definições e propriedades elementares; dimensão de Hausdorff; desigualdade Isoperimétrica; densidades; medida de Hausdorff e propriedades elementares de funções. Fórmulas da área e da coárea; funções Lipschitz, teorema de Rademacher; aplicações lineares e matrizes Jacobianas; fórmula da área; fórmula da coárea. Funções de Sobolev; definições e propriedades elementares; aproximações; traços; extensões; desigualdades de Sobolev; compacidade; quasicontinuidade; diferenciação em linhas. Funções BV e conjuntos de perímetro finito; definições; teorema de estrutura; aproximações e compacidade; traços; extensões; fórmula da área e da coárea para funções BV; desigualdades isoperimétricas; fronteira reduzida; teorema de Gauss-Green; propriedades pontuais; variação essencial em linhas.

C – GEOMETRIA / TOPOLOGIA

Geometria Riemanniana I
Métricas riemannianas. Conexão de Levi-Civitta. Geodésicas. Vizinhanças normais e totalmente normais. Tensor de curvatura. Derivação covariante de tensores. Campos de Jacobi e pontos conjugados. Imersões isométricas; equações de Gauss, Ricci e Codazzi. Variedades riemannianas completas; Teorema de Hopf-Rinow, Teorema de Hadamard. Espaços de curvatura constante. Variações do comprimento de arco; aplicações. Teorema de Comparação de Rauch; Teorema de Bonnet-Myers, Teorema de Synge e outras aplicações. O Teorema do índice de Morse. O lugar dos pontos mínimos. Outros tópicos.

m

Geometria Riemanniana II
Grupos e álgebras de Lie; métricas bi-invariantes; representação adjunta; forma bilinear de Killing. Espaços homogêneos; métricas invariantes a esquerda e bi-invariantes. Espaços simétricos; exemplos. Geometria do Laplaciano. Outros tópicos.

Variedades Diferenciáveis
Variedades diferenciáveis. Variedades com bordo. Espaço tangente. Aplicações diferenciáveis. Valores regulares. Imersões, mergulhos e subvariedades. Submersões e transversalidade. Partições da unidade e aplicações (existência de métricas riemannianas e vizinhanças tubulares). Campos de vetores e fluxos. Colchetes de Lie de campos de vetores e o Teorema de Frobenius. Orientabilidade. Formas diferenciais. Integração em formas diferenciais. Teorema de Stokes. Lema de Poincaré. Tópicos extras: Introdução aos grupos de Lie; Cohomologia de De Rham.

Grupos de Lie
Grupos de Lie e álgebras de Lie. Grupos semi-simples, compactos solúveis, complexos. Classificação dos grupos simples. Teoria de representação.

Imersões Isométricas
As equações fundamentais e o teorema fundamental das imersões isométricas. Imersões totalmente geodésicas, umbílicas e mínimas. O axioma dos r-planos e das r-esferas. Hipersuperfícies convexas. Hipersuperfícies de Einstein. Subvariedades com curvatura não positiva. Redução de codimensão. Imersões isométricas entre espaços de curvatura seccional constante. Formas bilineares planas. Rigidez isométrica local e global. Subvariedades conformemente euclidianas. Imersões conformes.

Sub-Variedades Mínimas
Primeira variação do volume de uma subvariedade. Subvariedades mínimas. Subvariedades mínimas em espaços euclidianos e em esferas. Órbitas de um grupo de isometrias e sub-variedades mínimas. Geometria Kahleriana e a desigualdade deWirtinger. Segunda variação do volume; o teorema do índice para sub-variedades mínimas; estabilidade. O Problema de Plateau e suas generalizações. Superfícies mínimas em. O Teorema de Chern - Osserman. O Teorema de Osserman sobre superfícies mínimas com curvatura total finita. Superfícies mínimas mergulhadas.

Superfícies de Riemann
Definição de curvas algébricas e superfícies de Riemann. Funções meromorfas e diferenciais meromorfas. Singularidades de curvas algébricas planas, estrutura local. Teorema de normalização. Divisores, números de interseção e teorema de Bezout. Fórmula de Hurwitz e fórmula do gênero de curvas planas. Teorema de Riemann-Roch. Teorema de Abel-Jacobi. Aplicações. Espaços de recobrimento e o teorema de uniformização. Relação com a geometria hiperbólica. Relação entre superfícies de Riemann e curvas algébricas.

Topologia Algébrica I
Alguns resultados de álgebra homológica; Homologia Singular; A Seqüência de Mayer-Vietoris e aplicações; Excisão; A sequência da colagem; Os Axiomas de Eilenberg MacLane;

m

Construção de espaços com propriedades pré-fixadas; Complexos celulares; Homologia simplicial; Isomorfismo entre homologias simplicial e singular2.

Topologia Algébrica II
Cohomologia singular; Produtos cup e cap; Fórmula dos pontos fixos de Lefschetz e cohomologia. Grupo e anel de cohomologia. Relação entre homologia e cohomologia. Variedades topológicas e trianguláveis, orientação, ciclo fundamental. Teorema de Rham. Dualidade de Poincaré, Alexader e Lefschetz. Homologia e cohomologia de um espaço produto, fórmula de Kuneth.

Topologia Diferencial
Variedades Suaves e Aplicações Suaves; Os Teoremas de Sard and Brown.; Variedades com Fronteira; O teorema do ponto Fico de Brower; O grau módulo 2 de uma aplicação; Homotopia Suave e Isotopia Suave; Variedades Orientadas e o Grau de Brower; Campos de Vetores e o Número de Euler; O Teorema de Hopf.

Teoria da Interseção
Equivalência racional de ciclos, imagem direta e imagem inversa de ciclos, divisores de Cartier e Weil, classes de Chern de fibrados em retas, aplicação de Gysin, classes de Segre e de Chern de fibrados vetoriais, classes de Segre de conos, multiplicidades, deformação ao cone normal, produto de interseção, multiplicidades de interseção.

Cálculo das Variações.
Equações de Euler para problemas variacionais. Equações diferenciais da física - matemática derivadas de princípios integrais. Soluções de problemas variacionais por métodos diretos. Espaços de funções. Fórmula da primeira variação, equação de Euler, Fórmula da segunda variação, equação de Jacobi. Geodésicas. Sub-variedades mínimas. Estabilidade.

Teoria das Singularidades
Noções de variedades diferenciáveis e aplicações. Transversalidade: germes; ponto singular; teorema da função inversa para germes; rank de um germe; conjunto singular; conjunto de bifurcação; teorema de Sard; lema básico de transversalidade; jatos; atopologia C de Whitney; teorema da transversalidade de Thom; estabilidade; exemplos de estabilidade usando transversalidade. Ações de grupos de Lie; lema de Mather. A álgebra En ; definições; lema de Hadamard; lema de Borel; lema de Nakayama; espaço tangente a um germe f em En segundo o grupo R; o módulo En,p; homomorfismo induzido; número de Milnor.Germes finitamente determinados: definição; critério para determinação finita (grupo R). Classificação de germes de funções: lema de Morse; splitting lemma; a singularidade Ak; a transversal completa; classificação de singularidades de corank 2 usando a transversal completa; singularidades simples e o teorema de Arnold; diagramas de bifurcação. Desdobramentos: definição; deformação versal. Germes de aplicações diferenciáveis: o grupo K; espaço tangente; desdobramentos; estabilidade infinitesimal; germes estáveis do plano no plano.

m

Classes Características de Variedades Singulares
A característica de Euler-Poincaré; Números de Betti; O Teorema de Poincaré- Hopf ; Teoria de Morse; Fórmula de Gauss-Bonnet II; Classes características- caso de variedades suaves; Fibrados; Definição por obstrução ; Classes de Chern; Definição por obstrução. Teoremas de classificação; Definição axiomática das classes de Chern; Variedades singulares: Estratificações de Whitney; Triangulações; Tubos; Campos radiais. Classes de Chern de variedades singulares; Classes de Schwartz; Conjectura de Deligne e Grothendieck.; Classes de Mather; Obstrução de Euler local; Classes de MacPherson.

Introdução à Geometria Algébrica Complexa
Funções Holomorfas de várias variáveis reais; Estruturas Complexas e Hermitianas; Formas Diferenciais; Variedades Complexas; Fibrados Vetoriais Holomorfos; Divisores e Fibrados Linhas; O Espaço Projetivo; Blow-ups; Cálculo Diferencial em Variedades Complexas; Identidades de Kähler; Teoria de Hodge em Variedades de Kähler; Teoremas de Lefschetz; Fibrados Vetoriais Hermitianos e Dualidade de Serre; Conexões; Curvaturas e Classes de Chern; Teorema de Hizerbruch-Riemann-Roch; Teorema do Anulamento de Kodaira; Teorema do Mergulho de Kodaira; As equações de Maurer-Cartan.

Geometria Algébrica Complexa
Espaços Analíticos: Definições e exemplos; Funções Holomorfas em espaços analíticos; O Teorema da Aplicação Própria. Teoria de Cohomologia: Os axiomas da Cohomologia de Feixes; O Teorema de Dolbeault em Cohomologia; O Teorema de Leray em cohomologia; O Teorema de Cartan. Espaços de Stein e Teoria Geométrica: Teoremas de Aproximação; Poliedros Analíticos Especiais; Teoremas de Mergulho. Espaços de Stein e Teoria de Feixes: Feixes de Frechet; Funções Meromorfas; Feixes Localmente livres. Pseudoconvexidade: A Hessiana Complexa; Solução de Grauert do problema de Levi; Teorema de Pseudo-convexidade de Oka; Teorema de Kodaira em variedades projetivas.

Singularidades de Conjuntos Analíticos
Fatos elementares sobre conjuntos analíticos reais e complexos; Estratificações de Whitney; Teorema da estrutura cônica; O Lema de Ehresmann e o Primeiro Lema de Isotopia de Thom-Mather; Os teoremas de fibração de Milnor; A topologia da fibra e do link.

D – PROBABILIDADE

Probabilidade
Convergência fraca de medidas em espaços métricos: Propriedades básicas, Teorema de Prohorov e compacidade relativa. Construção e propriedades do Movimento Browniano: Construção da medida de Wiener e propriedades das trajetórias do Movimento Browniano. Teoria de Martingales (tempo contínuo): Teoremas de convergência, desigualdades de Burkholder e decomposição de Doob-Meyer. Integração Estocástica para Martingales em L^2: Construção e propriedades básicas.

Processos de Markov
Cadeias de Markov: Definição; Construção de cadeias de Markov; Propriedade forte de Markov; Recorrência e Transiência; Medidas estacionárias; Comportamento assintótico.
Processos Markovianos de saltos: Definições; Probabilidades de transições regulares; Probabilidades de transições estacionárias; Construção de processos de puro saltos; Explosões; Condições no bordo e não-unicidade; Resolvente e unicidade; Estacionariedade assintótica.
Processos Markovianos: Introdução à teoria de semigrupos; Definição e funções de transição; Descrição infinitesimal de processos de Markov; Obtenção de processos de Markov a partir de uma descrição infinitesimal; Medidas estacionárias; Recorrência e Transiência; Processos de Feller.
Sistemas de Partículas: Motivação; Exemplos (Modelos Spin; Modelo votante; Processo de Contato); Processo de Exclusão; Processo Zero-Range; Comportamento hidrodinâmico do processo de exclusão simétrico simples e do processo zero-range.

Análise Estocástica
Integração estocástica para semimartingales: Construção e propriedades, variação quadrática e fórmulas de Itô. Teorema de representação previsível: Medidas Martingales equivalentes. Equações Diferenciais Estocásticas: Existência e unicidade de soluções fortes. Teoremas de Girsanov: Condição de Novikov e aplicações. Difusões de Itô e EDP parabólicas: Teorema de Feymman-Kac e equações de Kolmogorov.

Estatística Matemática
Teoria de estimação: Estatísticas completas, suficientes, ancilares. Teorema de Basu, Teorema de Rao-Blackwell. Desigualdade de Crámer-Rao. Equações de estimação: condições para consistência e normalidade assintótica.
Testes de hipóteses: Teste uniformemente mais poderoso, teste da razão de verossimilhança. Estatística não-paramétrica: Estatísticas U e V: propriedades assintóticas. Distribuições empíricas e convergência para a ponte browniana. Abordagem Bayesiana e minimax para estimação de parâmetros. Geometria da informação: a geometria da família exponencial e família exponencial curva, variedades estatísticas, conexões, curvatura, diagnósticos em regressão, divergência estatística.

Equações Diferenciais Estocásticas em Finanças
Revisão de aspectos básicos de integração estocástica: Movimento Browniano, martingales, integral estocástica e fórmula de Ito, equações diferenciais estocásticas. Precificação e hedging de derivativos: Modelo Black-Scholes. medidas martingales equivalentes, decomposicão Gatchouk-Kunita-Watanabe e Follmer-Schweizer. Equações diferenciais parciais estocásticas em taxas de juros: EDP parabólicas estocásticas em espaços de Hilbert, modelo Heath-Jarrow-Morton, modelos afins de taxas de juros.

E – TÓPICOS
As disciplinas Tópicos de Álgebra, Tópicos de Análise, Tópicos de Geometria e Tópicos de Probabilidade serão oferecidas, por solicitação do professor orientador, com aprovação do colegiado, com ementas variáveis e definidas a cada oferta, a critério do orientador. A critério do colegiado do programa, consultado o orientador, o aluno poderá cursar as disciplinas de Tópicos mais de uma vez desde que aborde conteúdos diferentes.

m